

حلول التمارين حول قوانين نيوتن وتطبيقاتها

التمرين 1 :

1 - لدينا حسب المنحنى $v(t)$: عند $t = 1s$ السرعة $v = 74m/s$ و عند $t = 2s$ السرعة $v = 78m/s$ و عند $t = 2,5s$ السرعة $v = 80m/s$

2 - المعادلة الزمنية لحركة الطائرة :

$v(t)$ دالة تألفية بالنسبة للزمن مهادلتها الرياضية تكتب على الشكل التالي :

$$v(t) = At + B$$

A معاملها الموجه وحسب المبيان هو :

$$A = \frac{80 - 70}{2,5 - 0} = 4m/s^2$$

B أرتوب v عند أصل التوا ريخ : $B = 70m/s$ وبالتالي فإن :

$$v(t) = 4t + 70 \quad (m/s)$$

ونعلم أن $v = \frac{dx}{dt}$ أي أن $dx = vdt$ أي أن الدالة الأصلية ل $v(t) = 4t + 70$ هي :

$$x(t) = 2t^2 + 70t + x_0$$

نأخذ عند $t = 0$ لدينا $x = 0$ وبالتالي فإن $x_0 = 0$ أي أن المعادلة الزمنية لحركة الطائرة هي:

$$x(t) = 2t^2 + 70t \quad x(m) \quad t(s)$$

3 - التسارع a

حسب المعادلة الزمنية للحركة فإن $a = \frac{dv}{dt} = 4m/s^2$

التمرين 2 :

1 - موضع النقطة M في اللحظة $t = 1,0s$:

$$x(t = 1) = 16 - 6 = 10m$$

2 - تحديد اللحظة التي تمر النقطة المادية من أصل معلم الفضاء $x = 0$:

$$16t - 6t^2 = 0 \Rightarrow t(16 - 6t) = 0$$

أي أن $t = 0$ و $t = 2,67s$

3 - حساب السرعة المتوسطة للنقطة المادية بين اللحظتين $t = 0s$ و $t = 2s$

$$V_m = \frac{x(t = 2s) - x(t = 0)}{2 - 0} = \frac{32 - 24 - 0}{2 - 0} = 4m/s$$

4 - تعبير السرعة اللحظية في لحظة معينة :

لدينا : $V(t) = \frac{dx}{dt}$ أي أن :

$$V(t) = 16 - 12t$$

وبالتالي فإن السرعة البدئية أي عند اللحظة $t = 0$ هي :

$$V_0 = 16m/s$$

5 _ اللحظات والمواضع التي ستتوقف فيها النقطة المادية : عند توقف النقطة المادية فإن $V = 0$ أي أن $x(t = 1,33s) = 10,67m$: وهذه اللحظة هو $t = 1,335s$ ومنه فإن $16 - 12t = 0$ وبما أن

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -12m/s^2$$

فإن التسارع ل ينعدم خلال حركة النقطة المادية فهو يبقى ثابتا مهما تكن t
6 _ تحديد المجالين الزمنيين لتكون حركة النقطة المادية متسارعة ومتباطئة :

$$\vec{V} = (16 - 12t)\vec{i}$$

$$\vec{a} = -12\vec{i}$$

$$\vec{V} \cdot \vec{a} = -12(16 - 12t)$$

حركة مستقيمة متسارعة : $12t - 16 > 0$ أي أن $t > 1,33s$

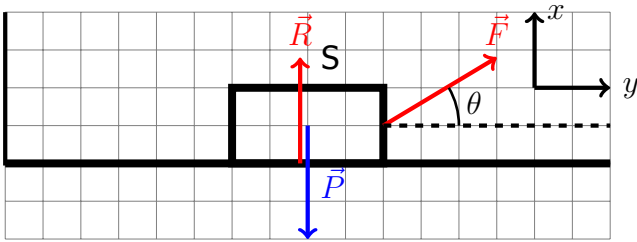
حركة مستقيمة متباطئة : $12t - 16 < 0$ أي أن $t < 1,33s$

التمرين 4 :

نطبق القانون الثاني لنيوتن في مرجع مرتبط بسطح الأرض والذي نعتبره غاليليا :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

جرد القوى المطبقة على الجسم (S) : \vec{P} وزن الجسم و \vec{R} تأثير السطح على الجسم في غياب الاحتكاك سيكون عمودي على السطح الأفقي . والقوة \vec{F} المطبقة على الجسم (S) حسب القانون الثاني لنيوتن لدينا :



$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$$

نسقط العلاقة على $x'Ox$:

$$F \cos \theta = m \cdot a_x$$

تطبيق عددي : $a_x = 3,86m/s^2$

التسارع ثابت أي أن طبيعة الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام . أي أن :

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

وحسب الشروط البدئية أن $x_0 = 5m$ و $v_0 = 6m/s$ وبالتالي فإن

$$x(t) = 1,93t^2 + 6t + 5$$

ومنه فإن

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 3,86t + 6$$

التمرين 5 :

1 _ تعبير الإطالة Δl بدلالة m و g و α و k . الجسم (S) في حالة التوازن :

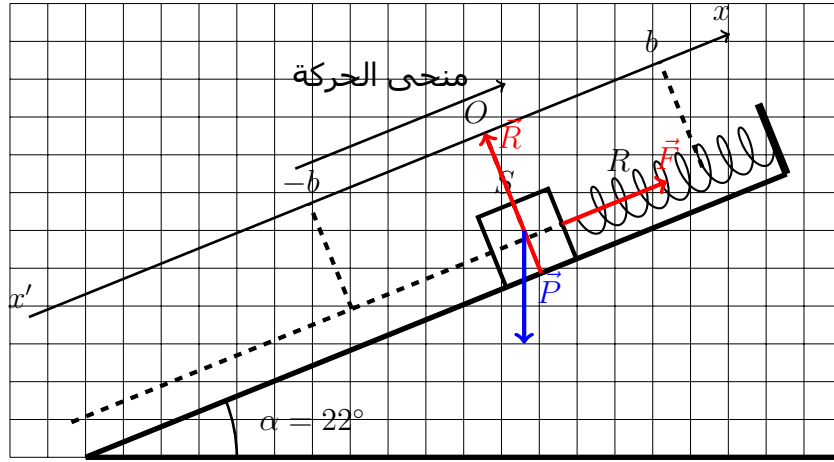
$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$$

نسقط العلاقة على المحور $x'Ox$:

$$-mgsin\alpha + k\Delta l = 0$$

$$\Delta l = \frac{mgsin\alpha}{k}$$

$$\Delta l = 3cm$$



2 - نطبق القانون الثاني لنيوتن في مرجع مرتبط بسطح الأرض والذي نعتبره غاليليا :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

نسقط العلاقة المتجهية على المحور $x'Ox$ فنحصل على :

$$-mgsin\alpha + kb = m \cdot a_x$$

بحيث أن $x = b$ إطالة النابض عند مروره بموضع التوازن في المنحى الموجب :

$$a_x = -gsin\alpha + \frac{k \cdot b}{m}$$

$$a_x = 2.5m/s^2$$

التمرين 7 :

الجزء الأول :

1 - تعبير السرعة V_M :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضعين A و B :

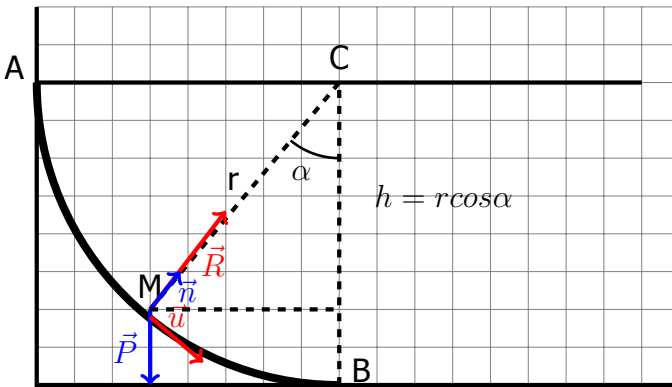
B :

$$\frac{1}{2}MV_M^2 - \frac{1}{2}MV_A^2 = mgr\cos\alpha$$

$$V_M = \sqrt{V_A^2 + 2gr\cos\alpha}$$

في النقطة B لدينا $\alpha = 0$ أي أن $\cos\alpha = 1$ وبالتالي فإن :

$$V_B = 2\sqrt{6}m/s$$



2 - تعبير شدة القوة \vec{R}

نطبق القانون الثاني لنيوتن في أساس فريني (M, \vec{n}, \vec{u})

$$\vec{P} + \vec{R} = M \cdot \vec{a}$$

نسقط العلاقة المتجهية على $M\vec{n}$:

$$-mg\cos\alpha + R = \frac{mV_M^2}{r}$$

$$R = 3mg\cos\alpha + \frac{mV_A^2}{r}$$

في النقطة B لدينا $\alpha = 0$ أي أن $\cos\alpha = 1$

$$R = 3mg + \frac{mV_A^2}{r}$$

$$R = 5,1N$$

3 - تمثيل متجهة التسارع في أساس فريني :

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$

بحيث أن

$$a_N = \frac{V_M^2}{r} = \frac{V_A^2 + 2gr\cos\alpha}{r}$$

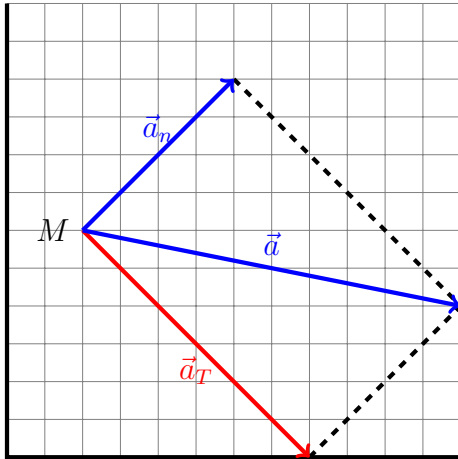
$$a_N = 5,4m/s^2$$

بالنسبة للتسارع المماسي نسقط العلاقة المتجهية على المحور $M\vec{u}$:

$$mg\sin\alpha = ma_T$$

$$a_T = g\sin\alpha$$

$$a_T = 7.1m/s^2$$



الجزء الثاني :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضعين M و B علما أن $V_M = 0$:

$$\frac{1}{2}MV_B^2 = mgh$$

وبين الموضعين B و N :

$$\frac{1}{2}MV_N^2 - \frac{1}{2}MV_B^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}MV_N^2 = 2mgh$$

من جهة أخرى وحسب القانون الثاني لنيوتن في أساس فريني :

$$mg\cos\alpha - R = \frac{mV_N^2}{r}$$

وبما أن الجسم سيغادر السكة عند النقطة N فإن $R = 0$ وبالتالي فإن :

$$mg\cos\alpha = \frac{mV_N^2}{r}$$

$$\frac{1}{2}MV_N^2 = \frac{mgrcos\alpha}{2}$$

$$\frac{mgrcos\alpha}{2} = 2mgh$$

$$h = \frac{rcos\alpha}{4}$$

$$h = 0,167m$$