

تمارين في الكهرباء (2)
الثانية بكالوريا علوم فيزيائية
2010 – 2009

الذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

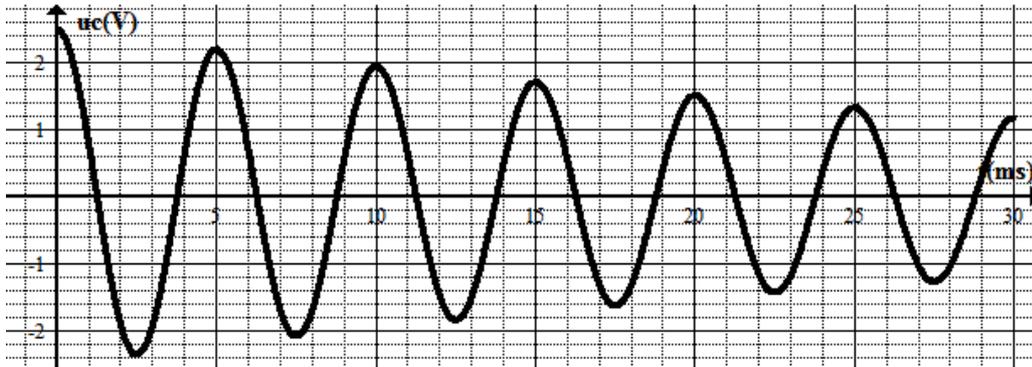
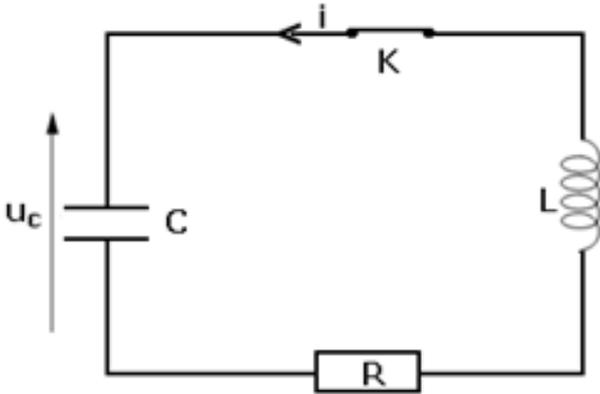
التمرين 1 : تفريغ مكثف في وشيعة والأنظمة الثلاث المميزة لدارة متذبذبة

- 1 – نريد معاينة تطور التوتر u_C بين مربطي مكثف خلال عملية شحنه مركب على التوالي مع وشيعة معامل تحريضها L وموصل أومي مقاومته R ،
1 – 1 مثل على تبيانة الدارة (R,L,C) و المولد G ذي توتر مستمر لشحن المكثف ، وقاطع التيار ذي مدخلين وكيفية تركيب مدخلي راسم التذبذب لمعاينة التوتر $u_C(t)$

- 1 – 2 أعطي اسم الأنظمة الثلاث المميزة للدارة المتذبذبة RLC وما شروط ملاحظتها ؟ ومثل شكلها .

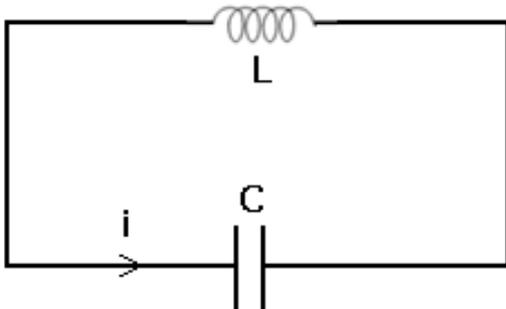
التمرين 2 : استغلال تمثيل مبياني

- يمثل الشكل أسفله تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف مشحونا بدنيا تم تركيبه بين مربطي ثنائي قطب RL أنظر الشكل
1 – انقل الشكل جانبه وبين عليه كيفية ربط كاشف التذبذب لمعاينة التوتر $u_C(t)$.
2 – ما هو نظام التذبذبات ؟
3 – حدد شبه الدور T .
4 – علما أن سعة المكثف المستعمل هي $C = 330\mu F$ حدد معامل التحريض الذاتي للوشيعة . نعتبر أن شبه الدور T يساوي الدور الخاص .



التمرين 3

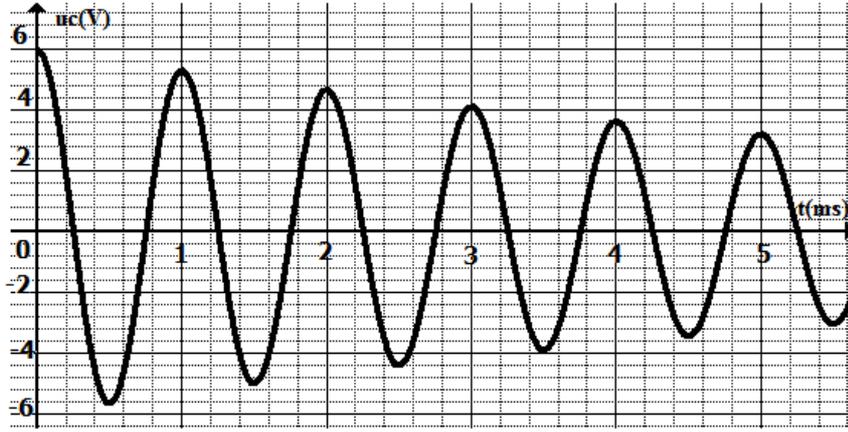
- نعتبر مكثفا سعته $C=47,0nF$ مشحونا مسبقا تحت توتر مستمر $U_0=6,0V$.
نصل مربطي المكثف بوشيعة معامل تحريضها الذاتي $L=65mH$ ومقاومتها مهملة ، المنحى الموجب لمرور التيار الكهربائي ممثل في الشكل أسفله :
1 – أنقل التبيانة ومثل عليها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف والتوتر $u_L(t)$ بين مربطي الوشيعة في الاصطلاح مستقبل .
2 – اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.



- 3 – حل المعادلة التفاضلية هو $u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$. حدد قيمتي U_m و T_0 .

التمرين 4

- نشحن مكثفا سعته $C=0,25\mu F$ بواسطة مولد قوته الكهرومحرقة $E=6,0V$ ، ونركبه عند اللحظة $t=0$ بين مربطي وشيعة معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها r .
نعين بواسطة راسم التذبذب تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف ، فنحصل على الشكل أسفله :

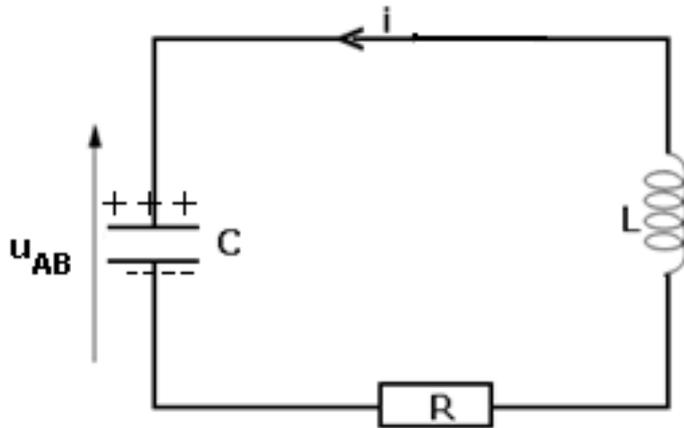


- 1 - ما نظام الذبذبات الملاحظ ؟
- 2 - كيف تفسر خمود هذه الذبذبات ؟
- 3 - أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف .
- 4 - عين مبيانيا شبه الدور T للذبذبات .
- 5 - نعتبر المقاومة r منعدمة .
- 5 - 1 أكتب في هذه الحالة المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C .
- 5 - 2 حل هذه المعادلة هو : $u_C(t) = U_m \cos(\alpha t + \varphi)$. ما تعبير كل من U_m, φ, α ؟
- 5 - 3 استنتج تعبير كل من الشحنة $q(t)$ للمكثف وشدة التيار $i(t)$ المار في الدارة .
- 5 - 4 أعط تعبير الدور الخاص T_0 للذبذبات .
- 6 - أحسب قيمة معامل التحريض الذاتي L للوشية ، علما أن شبه الدور T يساوي شبه الدور الخاص T_0 .
- 7 - لصيانات الذبذبات ، نركب على التوالي في الدارة RLC مولد يزودها بتوتر $u_g = R_0 i$. ما قيمة المقاومة R_0 التي تمكن من الحصول على ذبذبات جيبيية ؟

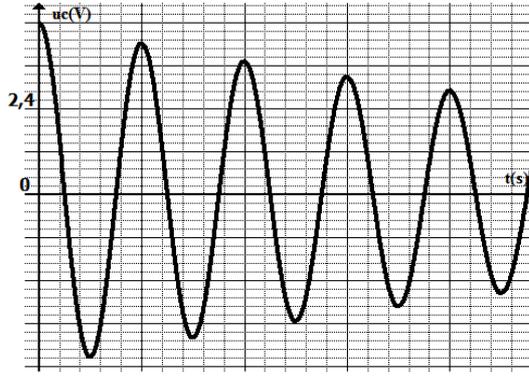
التمرين 5

- نعتبر مكثفا سعته C مشحونا تحت توتر E .
 عند اللحظة $t=0$ نربط المكثف بوشية معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها r .
- 1 - نعتبر مقاومة الوشية مهملة .
 - 1 - 1 أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف .
 - 1 - 2 حل هذه المعادلة هو : $u_C(t) = E \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$. أوجد تعبير الطاقة الكلية ξ وبين أنها ثابتة .
 - 2 - في الحقيقة ، مقاومة الوشية r غير مهملة .
 - 2 - 1 أوجد ، في هذه الحالة ، المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.
 - 2 - 2 باستعمال هذه المعادلة بين أن : $\frac{d\xi}{dt} = -ri^2$ حيث : ξ الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة t و i شدة التيار المار في الدارة عند اللحظة t . ماذا تستنتج ؟

التمرين 6



- نعتبر التركيب الممثل في الشكل جانبه والمكون من :
- مكثف سعته $C=1,0\mu F$.
 - وشية معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها مهملة .
 - موصل أومي مقاومته R .
- علما أنه تم شحن المكثف تحت توتر E قبل تركيبه عند اللحظة $t=0$ في الدارة .
- 1 - أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثف .
 - 2 - بين أن الطاقة الكلية للدارة المتذبذبة غير ثابتة .
 - 3 - نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر بين مربطي المكثف ، فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الشكل أسفله .
- بالاعتماد على المبيان عين :
- 3 - 1 الشحنة البدئية Q_0 .



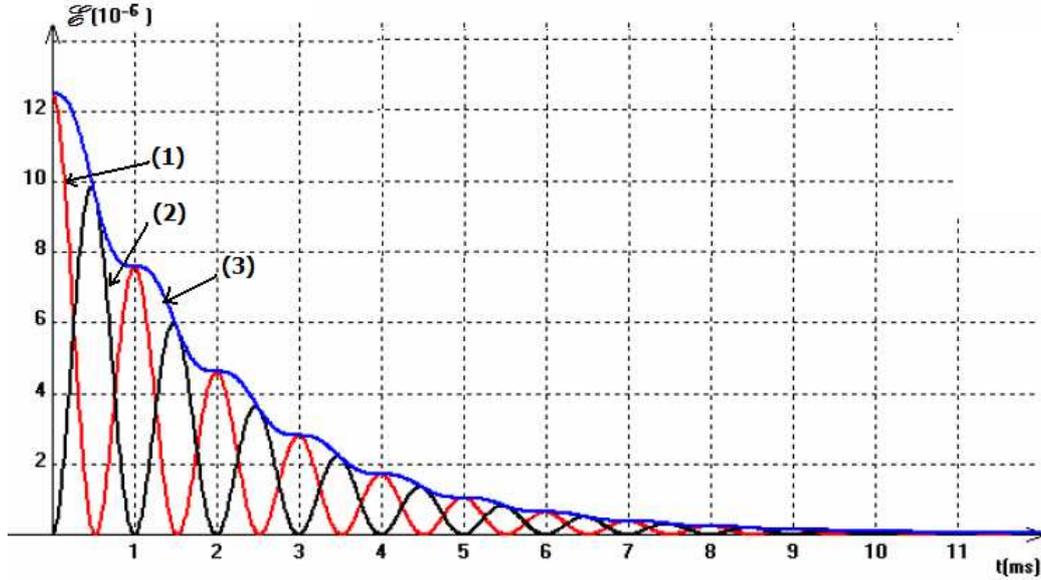
- 2 - 3 الطاقة البدئية المخزونة في المكثف E_0 .
 3 - 3 الطاقة الكلية E_1 للمتذبذب عند اللحظة $t_1=3T$.
 4 - 3 تغير طاقة الدارة المتذبذبة بين اللحظتين $t=0$ و $t'=T$.

التمرين 7: التبادل الطاقوي والدارة

RLC

يتكون متذبذب كهربائي من وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها منعدمة مركبة على التوالي مع موصل أومي مقاومته R ومكثف سعته C تم شحنه بواسطة توتر مستمر $U=E=5V$.

- عند اللحظة $t=0$ يفرغ المكثف في الدارة و نلاحظ تغيرات الطاقة المخزونة في المكثف E_C والوشيعة E_B وفي الدارة E_t .
 1 - أعط التعبير الحرفي للطاقة المخزونة في كل من المكثف E_C والوشيعة E_B .
 2 - تعرف على المنحنيات (1) و (2) و (3) . علل الجواب .
 3 - فسر كيفيا تطور الطاقة التي يمثلها المنحنى (1)
 4 - أحسب الطاقة المفقودة خلال $2ms$ الأولى .



تمارين توليفية

التمرين 1

نريد تحديد معامل التحريض لوشيعة بطريقتين مختلفتين .

I - الدارة RL

نغذي ثنائي القطب RL المكون من وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية $r = 0,8\Omega$ وموصل أومي مقاومته R قابلة للضبط ، بواسطة مولد ذي تردد منخفض مركب على التوالي وموصل أومي وقاومته $R_2 = 1k\Omega$.

نركب راسم التذبذب كما هو في الشكل (1) ، حيث نحصل على الرسم التذبذبي للتوتر $u_1(t) = u_{AM}(t)$. الزر ADD

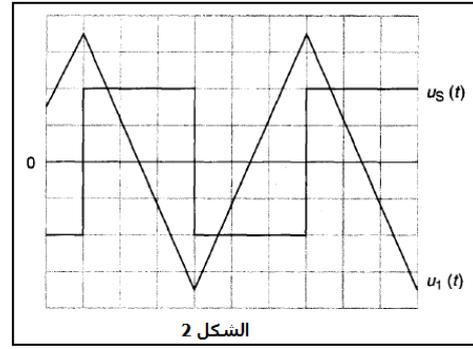
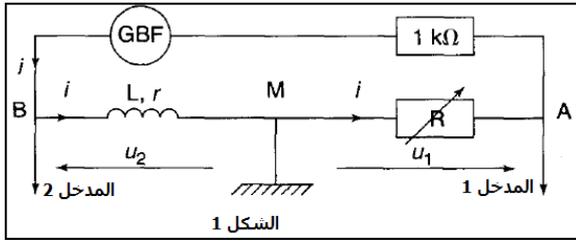
يمكن من الحصول على التوتر $u_s(t) = u_1(t) + u_2(t)$.

نسخ المنحنيين $u_1(t)$ و $u_s(t)$ في الشكل (2) .

الحساسية الرأسية المدخل 1 : $20mV / div$

الحساسية الرأسية بالنسبة ل $u_s(t)$: $0,50V / div$

الحساسية الأفقية : $5,0ms / div$

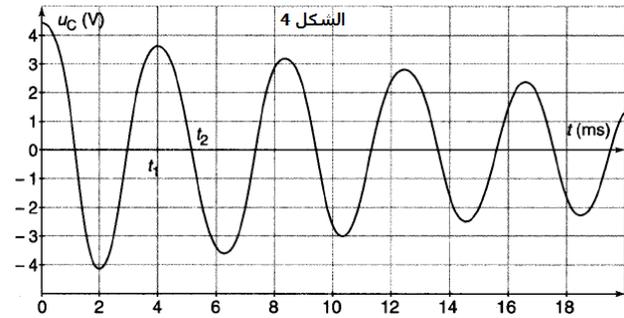
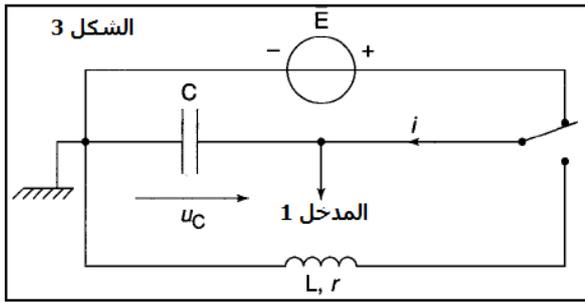


- 1 - أوجد تعبير التوترات $u_S(t) = u_1(t) + u_2(t)$ و $u_2(t) = u_{BM}(t)$ و $u_1(t) = u_{AM}(t)$ بدلالة $i(t)$ و R و L و r و $i(t)$
- 2 - تم الحصول على الشكل 2 بضبط المقاومة R على قيمة r . بين أن $u_S(t)$ في هذه الحالة يمكن أن تكتب على الشكل التالي :

$$u_S(t) = -\frac{L}{R} \frac{du_1(t)}{dt}$$

- 3 - باستغلال مبيان الشكل 2 حدد قيمة L_1 معامل التحريض للوشية .
- II - الدارة rLC

- في مرحلة ثانية نجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل 3 باستعمال مولد ذي توتر مستمر ومكثف ذي السعة $C = 0,50 \mu F$. بواسطة جهاز معلوماتي نسجل تغيرات التوتر u_C بين مبرطي المكثف بدلالة الزمن t . بعد شحن المكثف ، نؤرجح قاطع التيار لكي يفرغ المكثف في الوشية فنحصل على التسجيل الممثل في الشكل 4 .



- 1 - حدد قيمة شبه الدور T للذبذبات .
- 2 - استنتج قيمة L_2 معامل التحريض للوشية باعتبار أن شبه الدور يساوي تقريبا الدور الخاص للدارة .
- 3 - قارن بين L_1 و L_2 ، ماذا تستنتج ؟

III - الدراسة الطاقية

- 1 - عبر عن الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف عند اللحظة $t_1 = 4,0 \text{ ms}$ واحسب قيمتها .
- 2 - حدد الطاقة الكلية المخزونة في الدارة عند نفس اللحظة .
- 3 - نهمل الخمود خلال ربع دور ، أحسب في هذه الحالة قيمة شدة التيار الكهربائي عند اللحظة $t_2 = t_1 + T/4$.
- 4 - ما هو مصدر خمود الذبذبات ؟

التمرين 3

الهدف من التمرين دراسة مختلف نماذج شحن وتفريغ المكثفات .

- I - شحن مكثف بواسطة مولد مؤتمل للتيار .
نقوم بدراسة شحن مكثف بواسطة مولد مؤتمل للتيار ذي شدة التيار ثابتة I وقابلة للضبط . لهذا الغرض نجز التركيب الكهربائي الممثل في الشكل (1) .

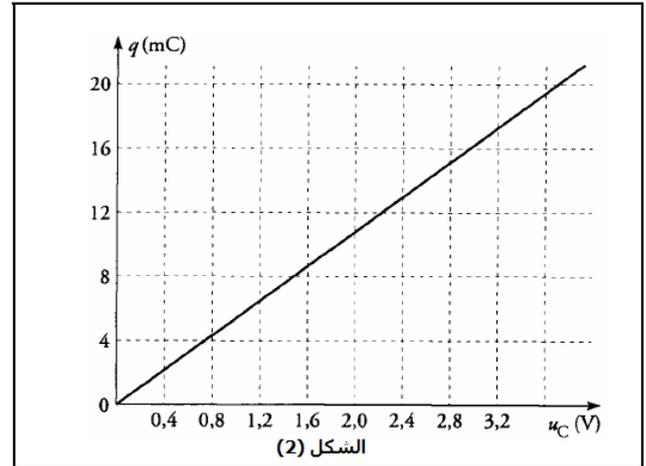
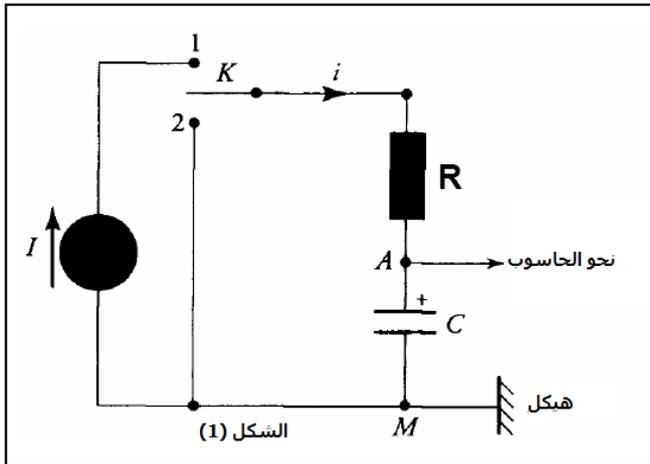
نركب بين مبرطي المكثف حاسوب مزود ببرنم خاص يمكن من تسجيل تغيرات التوتر $u_C(t) = u_{AM}(t)$.
نضبط I على القيمة $I = 660 \mu A$ ، عند اللحظة $t = 0$ نضع قاطع التيار K في الموضع (1) ونسجل تغيرات التوتر u_C بدلالة الزمن t .

بواسطة برنم خاص نقوم بحساب ، بالنسبة لكل قيمة ل t الشحنة q لليوس A الموافقة لها ، ثم نخط المنحنى

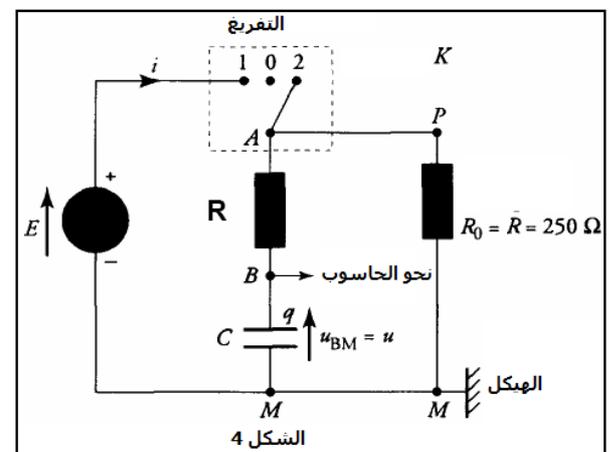
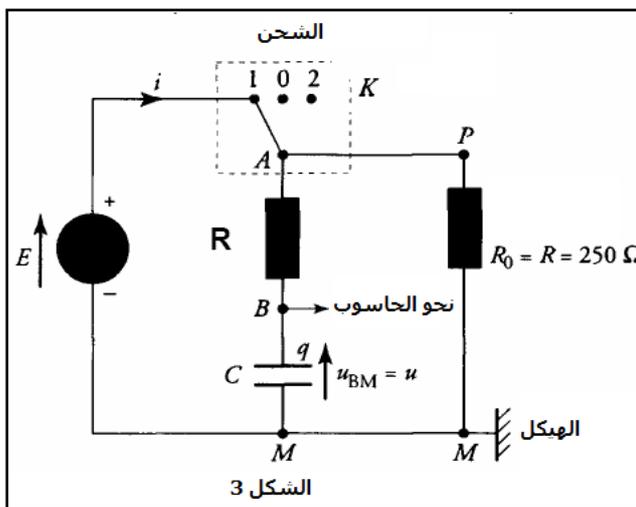
$$q = g(u_C) \text{ (الشكل 2)}$$

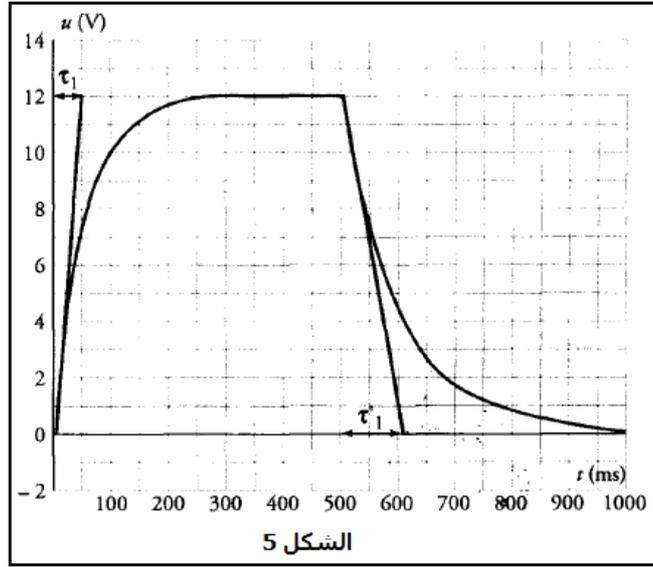
- 1 - وضع كيف يمكن ، انطلاقا من المعطيات التجريبية ، تحديد الشحنة $q(t)$.
- 2 - أوجد سعة المكثف C انطلاقا من منحنى الشكل (2)

- 3 - القيمة المشار إليها من طرف الصانع هي : $C_0 = 4,70\text{mF}$ ب 20% تقريبا . هل القيمة المحصلة تتوافق و الارتياب المحدد من طرف الصانع ؟
- 4 - قارن بين الطاقة E_C و E'_C المخزونة في المكثف خلال نفس المدة الزمنية $\Delta t = 7,50\text{s}$ عندما يشحن المكثف ، على التوالي بتيار شدته ثابتة $I = 660\mu\text{A}$ ، ثم بتيار شدته ثابتة $I' = 330\mu\text{A}$. ماذا تستنتج ؟
- 5 - أحسب الطاقة E_J المفقودة بمفعول جول في الموصل أومي مقاومته $R = 700\Omega$ ، خلال Δt عندما تكون $I = 660\mu\text{A}$. ما هو استنتاجك ؟



- II - شحن وتفريغ المكثف بواسطة مولد ذي توتر ثابت
- نقوم بشحن مكثف ذي السعة C_1 بواسطة عمود ذي قوة كهربائية E ثم يتم تفريغه في موصل أومي ذي مقاومة R_0 كما في الشكلين (3) و (4)
- تغيرات التوترين $u(t) = u_{BM}(t)$ بين مربطي المكثف بدلالة الزمن المحصل عليها باستعمال نفس الطريقة السالفة الذكر ممثلين في الشكل (5) .
- في البداية K في الموضع 0 والمكثف مفرغ . عند اللحظة $t = 0$ نضع قاطع التيار في الموضع (1) حيث تكون انطلاقة شحن المكثف . المرور غير اللحظي للقاطع من الموضع (1) إلى الموضع (2) يتم بين اللحظتين $t_1 = 300\text{ms}$ و $t_2 = 500\text{ms}$. عند اللحظة t_2 ينطلق تفريغ المكثف المشحون .
- نعطي : $C_1 = 220\mu\text{F}$ و $R = R_0 = 250\Omega$.
- التوتر بين مربطي المولد ثابت وقيمته $U = E = 12,0\text{V}$ منحى التيار في الفرع ABM دائما من A نحو M .





1 - خلال الشحن تحت التوتر U وضح على التبيانة طبيعة ومنحنى انتقال حملة الشحن مبينا قطبية لبوسي المكثف والمنحنى الاصطلاحي للتيار .

2 - خلال شحن المكثف

1 - 2 أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_{BM}(t)$ هي كالتالي :

$$\tau_1 \frac{du_{BM}(t)}{dt} + u_{BM}(t) = A$$

2 - 2 حدد قيم كل من τ_1 و A خلال الشحن .

3 - 2 عين من خلال منحنى الشكل (5) قيمة τ_1 وقارنها بالقيمة المحصلة في السؤال السابق .

4 - 2 من خلال منحنى الشكل (5) حدد المدة الدنيا t_{min} الضرورية لكي تكون القيمتين $u(t_{min})$ و E متطابقتين . قارن بين τ و t_{min} .

3 - مرور K من الموضع (1) إلى الموضع (2) : $t_1 < t < t_2$

3 - 1 فسر لماذا يبقى التوتر u_{BM} ثابت بين اللحظتين t_1 و t_2 حدد قيمتي i و u_{AB} في المجال $t_1 < t < t_2$.

4 - تفريغ المكثف $t > t_2$ ، في الموضع (2) وعند اللحظة t_2 ينطلق تفريغ المكثف .

4 - 1 بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_{BM}(t)$ تكتب على الشكل التالي :

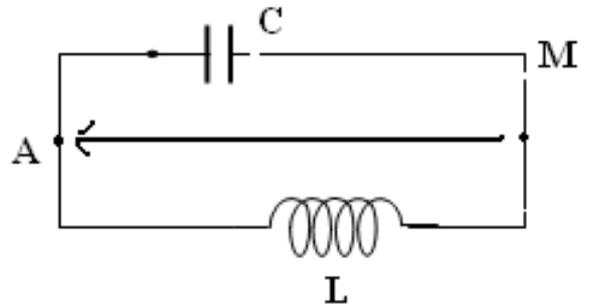
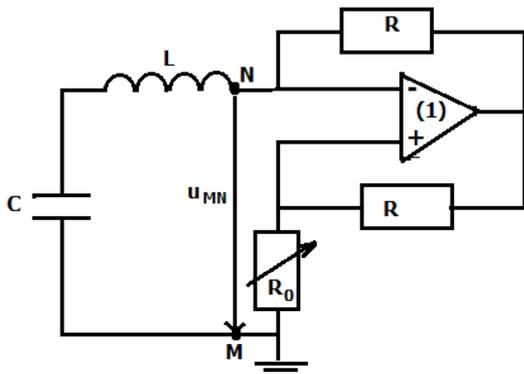
$$\tau'_1 \frac{du_{BM}(t)}{dt} + u_{BM}(t) = A'$$

4 - 2 حدد قيم كل من τ'_1 و A' خلال التفريغ . قارن بين τ_1 و τ'_1 .

4 - 3 عين من خلال منحنى الشكل (5) قيمة τ'_1 وقارنها بالقيمة المحصلة في السؤال السابق .

تمرين 2

نشحن مكثف سعته $C=0.1\mu F$ تحت توتر $U_0=12V$ تم تركيبه عند اللحظة $t=0$ بين مربطي وشيعة ذات معامل تحريض $L=1.0H$ ومقاومة نفترض أنها مهملة.



1 - اثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف q (شحنة اللبوس المرتبط بالنقطة A)

2 - عبر عن الشحنة q بدلالة الزمن t

3 - احسب الدور الخاص T_0 ثم مثل التوتر u_{AM} بدلالة الزمن في المجال [0ms , 6ms]

- 4 - في هذه الحالة نأخذ بعين الاعتبار مقاومة الوشيجة بحيث قيمتها $r=350\Omega$ ولصيانة التذبذبات ننجز التركيب التالي :
- أ - ما اسم المركبة (1) في هذا التركيب ؟
- ب - باعتبار أن المضخم العملياتي كاملا بين أن $u_{MN}=-R_0 i$. ما هي القيمة الدنوية للحصول على تذبذبات مصادنة ؟

التمرين 3

نعتبر التركيب الممثل في الشكل أسفله

حيث $U_0=12V$ و $C=0,4\mu F$ و $L=0,8H$.

نحتفظ بقاطع التيار K_2 مفتوحا ونغلق قاطع التيار K_1 ثم نفتح بعد لحظات .

- 1 - أحسب الشحنة القصوى للمكثف وعين على التبيانة اللبوس الذي يحمل الشحنة الموجبة .
- 2 - عند اللحظة $t=0$ نفتح قاطع التيار K_1 ونغلق قاطع التيار K_2 .
- 2 - 1 حدد عند اللحظة $t=0$ قيمة التوتر u_0 للتوتر u_{AB} وقيمة الشدة i_0 للتيار في الدارة LC .

2 - 2 أثبت المعادلة التفاضلية للدارة : $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}.u = 0$

2 - 3 تحقق من أن حل هذه المعادلة يكتب

على الشكل التالي : $u_c(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

أحسب U_m , φ .

2 - 4 حدد قيمة الدور الخاص T_0 واحسب

عند اللحظات $0, \frac{T_0}{4}, \frac{T_0}{2}, \frac{3T_0}{4}$.

أ - شحنة q للبوس A .

ب - الشدة i للتيار في الوشيجة .

ج - مثل في نفس الميكان $i(t)$ و $q(t)$.

2 - 5 عبر عن الطاقة الكهرومغناطيسية \mathcal{E}

والطاقة المغنطيسية \mathcal{E}_m بدلالة الزمن t .

مثل في نفس الميكان \mathcal{E} و \mathcal{E}_m علق على المنحنيين .

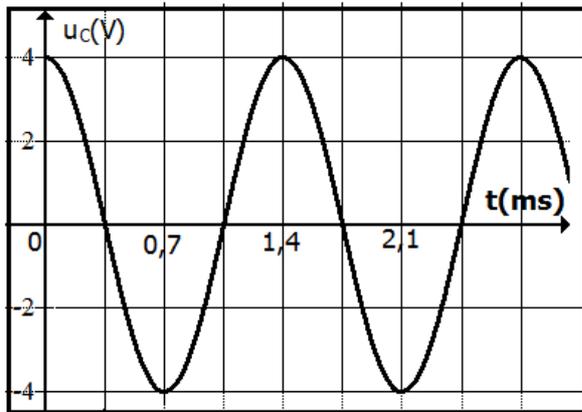
التمرين 5

المكثف والوشيجة خزانان للطاقة ؛ عند تركيبهما معا في دارة كهربائية يتم تبادل الطاقة بينهما . نقتصر من خلال هذا التمرين دراسة دارة مثالية LC ودراسة نظمين إشارة جيبية .

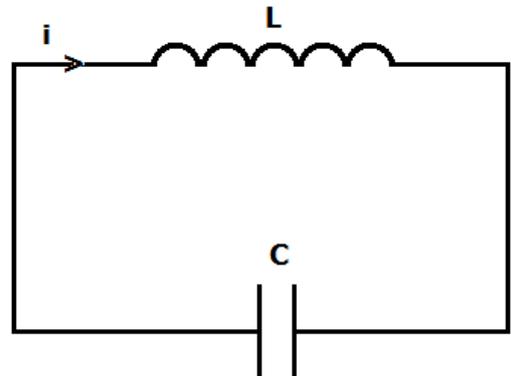
1 - التذبذبات الحرة في دارة مثالية LC

قامت مجموعة من التلاميذ بالشحن الكلي لمكثف سعته C تحت توتر مستمر U ، وبتركيبه مع وشيجة (b) معاول

تحريرها L ومقاومتها الداخلية مهملة . الشكل 1



الشكل 2



الشكل 1

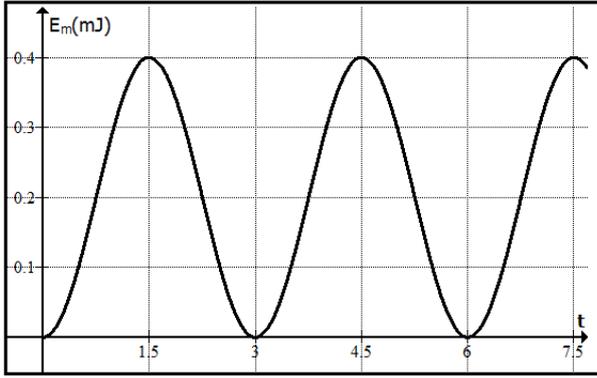
1 - 1 أنقل على ورقة التحرير الشكل 1 ومثل عليه ، في الاصطلاح مستقبل ، التوتر u_C بين مربطي المكثف والتوتر u_L

بين مربطي الوشيجة (b)

1 - 2 أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C .

1 - 3 يمثل الشكل 2 تغيرات التوتر u_C بدلالة الزمن . باستغلال المنحنى ، أكتب التعبير العددي للتوتر $u_C(t)$.

1 - 4 تتغير الطاقة المغنطيسية E_m المخزونة في الوشيجة بدلالة الزمن وفق المنحنى الممثل في الشكل 3 .



الشكل 3

1 - 4 بين أن الطاقة E_m تكتب كما يلي :

$$E_m(t) = \frac{1}{4} CU^2 \left(1 - \cos \left(\frac{4\pi}{T_0} t \right) \right)$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos 2x) \quad \text{نذكر أن :}$$

1 - 4 2 استنتج تعبير القيمة القصوى $E_{m \max}$ للطاقة

المغنطيسية بدلالة C و U .

1 - 4 3 باعتماد المنحنى $E_m = f(t)$ ، حدد السعة C

للمكثف المستعمل .

1 - 5 أوجد معامل التحريض L للوشيجة (b)

التمرين 6

نجز التركيب الكهربائي المتكون من موصل أومي

مقاومته $R = 2,2 K\Omega$ ومولد مؤتمل للتوتر قوته

الكهرمحركة $E = 8V$ ووشيجة معامل تحريضها $L = 0,8H$

ومقاومتها الداخلية مهملة ومكثف سعته C وموصل

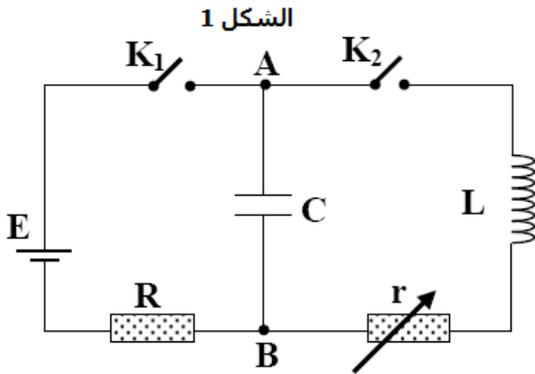
أومي ذي مقاومة r قابلة للضبط وقاطعي تيار K_1 و K_2 .

1 - دراسة الدارة RC

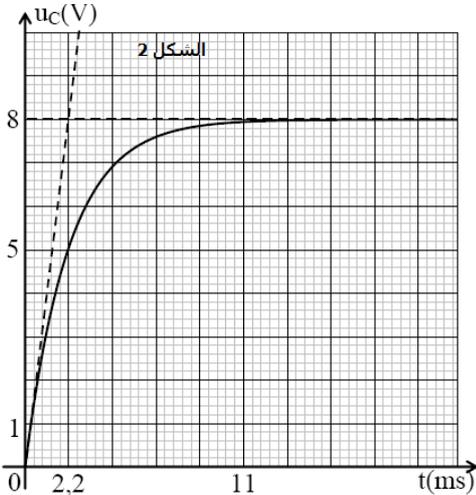
عند اللحظة $t = 0$ نعتبرها أصلا للتواريخ نغلق قاطع

التيار K_1 (K_2 يبقى مفتوحا)

نقوم بدراسة شحن المكثف ، بتتبع تطور التوتر $u_{AB} = u_C$ بدلالة الزمن t



1 - 1 بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C تكتب على الشكل التالي : $E = u_C + RC \frac{du_C}{dt}$ (1)



1 - 2 باعتبار أن $u_C = E(1 - e^{-t/\tau})$ حلولا للمعادلة

التفاضلية (1) حدد تعبير ثابتة الزمن τ بدلالة R و C

1 - 3 يعطي المنحنى الممثل في الشكل (2) تغيرات

$u_C(t)$ ، باعتمادك على المنحنى ، حدد ثابتة الزمن τ

موضحا الطريقة المتبعة .

1 - 4 أحسب قيمة C سعة المكثف

1 - 5 أوجد المدة الزمنية t_1 التي يمكن عندها اعتبار أن

المكثف أصبح مشحونا كليا ما هو التوتر u_C الموافق

لهذه المدة ؟

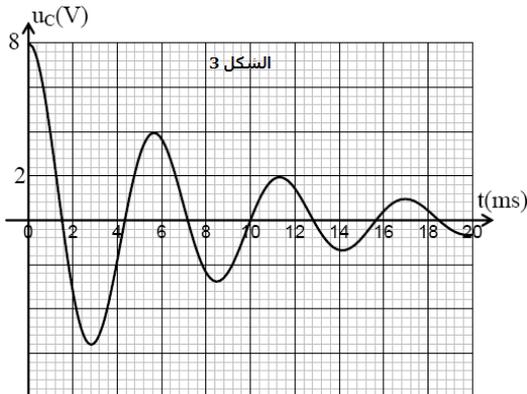
1 - 6 أحسب شحنة المكثف في هذه الحالة والطاقة الكهربائية

E_0 المخزونة فيه خلال هذه المدة

2 - الدارة LC

نضبط قيمة r على الصفر ، التوتر بين مربطي المكثف $8V$. عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ نفتح قاطع التيار K_1 ونغلق

قاطع التيار K_2 .



1 - 2 أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها

التوتر u_C بين مربطي المكثف .

2 - 2 تكون الدارة في هذه الحالة مقرا لذبذبات

كهربائية دورها الخاص T_0 . حل المعادلة

$$\text{التفاضلية (2) هو : } u_C(t) = E \cos \left(\frac{2\pi}{T_0} t \right)$$

حدد قيمة T_0

2 - 3 مثل شكل المنحنى $u_C(t)$

2 - 4 ماهي مختلف التبادلات الطاقية التي

تحدث في الدارة الكهربائية ؟

3 - الدارة (r,L,C) على التوالي

نضبط المقاومة r للموصل الأومي على قيمة معينة . التوتر بين مربطي المكثف 8V ونفتح قاطع التيار K_1 ونغلق K_2 عند اللحظة $t=0$. نحصل على الرسم المبياني الشكل 3 والذي يمثل تغيرات التوتر u_c بدلالة الزمن t .

3 - 1 ماهي مختلف التبادلات الطاقية التي تحدث في الدارة الكهربائية ؟

3 - 2 باعتمادك على الرسم المبياني للشكل 3 عين شبه الدور T للذبذبات الكهربائية .

قارن بين T و T_0

3 - 3 خلال مدة زمنية $t_n = nT$ حيث n عدد طبيعي . الطاقة المفقودة بمفعول جول E_j تمثل 98% من الطاقة E_0

المخزونة بدئيا في المكثف

أ - عند اللحظة $t_n = nT$ الطاقة المخزونة في المكثف هي سوى الطاقة الكهربائية . فسر لماذا ؟

ب - نعتبر E_n و E_0 الطاقة الكهربائية للمتذبذب عند اللحظة t_n و t_0 . أحسب E_n

ج - حدد العدد n