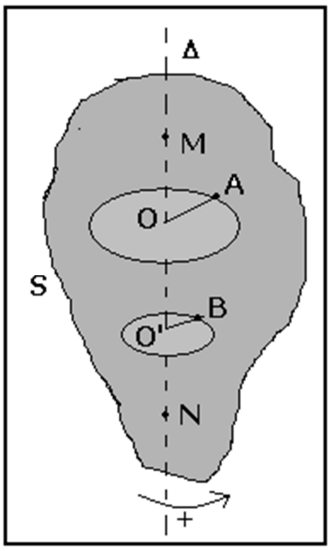
حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت
Mouvement de rotation d'un corps solide autour d'un axe fixe

الدرس



I ـ تعريف حركة الدوران لجسم صلب حول محور ثابت

1 ـ مثال

الجسم (S) في حالة دوران حول محور ثابت (Δ) :

النقطتين A و B تتحركان وفق دائرتين ممركزتين على المحور(Δ)

النقطتين M و N المنتميتين للمحور (Δ) ساكنتين .

2 ـ تعريف

يكون جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت (Δ) إذا كانت كل نقطة من نقطه في حركة دائرية ممركزة على هذا المحور . باستثناء النقط المنتمية لمحور الدوران .

II ـ معلمة نقطة من جسم صلب

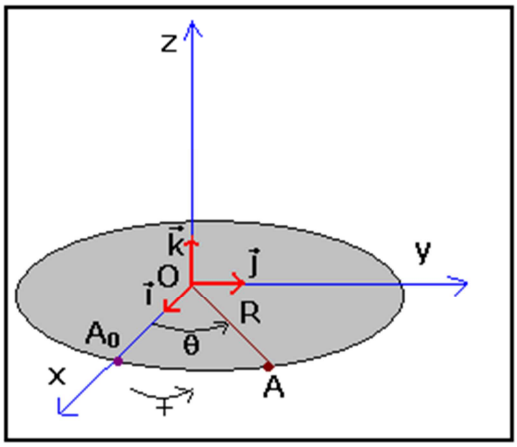
1 ـ الأفصول المنحني والأفصول الزاوي

لدراسة حركة النقطة A من جسم صلب (S) ، نختار معلما متعامدا ممنظما $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ بحيث تكون المتجهة $\vec{k}$ منطبقة مع محور الدوران ويكون المستوى (O,i,j) منطبقا مع مستوى مسار حركة هذه النقطة ، وبالتالي يمكن تعيين موضع النقطة A في كل لحظة :

ـ بمعرفة أفصوله المنحني $s(t)=\overset{\frown}{A_0A}$ على مسار النقطة A .

ـ بمعرفة أفصوله الزاوي $\theta(t)=\left(\overrightarrow{OA_0},\overrightarrow{OA}\right)$

2 ـ العلاقة بين الأفصول المنحني والأفصول الزاوي



$$s(t)=R.\theta$$

R : شعاع المسار الدائري للنقطة A ونعبر عنها بالمتر و θ بالرديان (rad)

الأفصول الزاوي والأفصول المنحني مقداران جبريان .

III ـ السرعة الزاوية

1 ـ السرعة الزاوية المتوسطة

نعتبر النقطة A من الجسم (S) والتي تبعد عن محور الدوران بالمسافة R .

أثناء الدوران

عند اللحظة t_1، تحتل النقطة A الموضع A_1 وعند اللحظة t_2 تحتل الموضع A_2

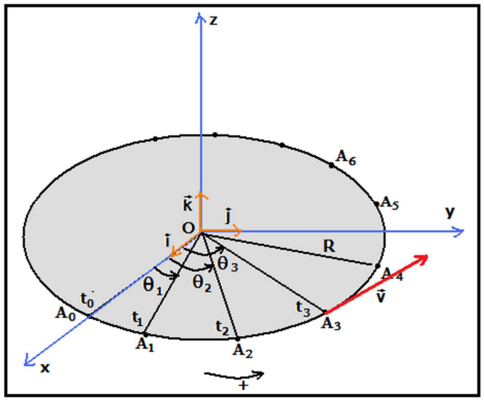
وخلال المدة الزمنية t_2-t_1 تقطع النقطة A القوس $\overset{\frown}{A_1A_2}$

ويدور الجسم بالزاوية $\left(\overrightarrow{OA_1},\overrightarrow{OA_2}\right)=\theta_2-\theta_1$

نعرف السرعة المتوسطة بالعلاقة التالية :

$$\omega_m=\frac{\theta_2-\theta_1}{t_2-t_1}$$

وحدة السرعة الزاوية في النظام العالمي للوحدات هي rad/s



2 ـ السرعة الزاوية اللحظية

إذا اعتبرنا t_1 و t_3 لحظتين جد متقاربتين وتؤطران اللحظة t_2 ، يكون القوس $\overset{\frown}{A_1A_3}$ الذي تقطعه النقطة A متطابق مع الوتر A_1A_3 وبالتالي تكون السرعة الزاوية عند اللحظة t_2 هي :

$$\omega_2(t)=\frac{\theta_3-\theta_1}{t_3-t_1}=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

وتكون السرعة الخطية المماسية عند هذه اللحظة هي :

$$v_2(t)=\frac{\overset{\frown}{A_1A_3}}{\Delta t}=\frac{\overset{\frown}{A_0A_3}-\overset{\frown}{A_0A_1}}{t_3-t_1}=\frac{s_3-s_1}{t_3-t_1}$$

$$v_2(t)=\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

3 ـ العلاقة بين السرعة الزاوية والسرعة الخطية

أثناء نفس المدة تدور جميع نقط الجسم الصلب بنفس السرعة الزاوية

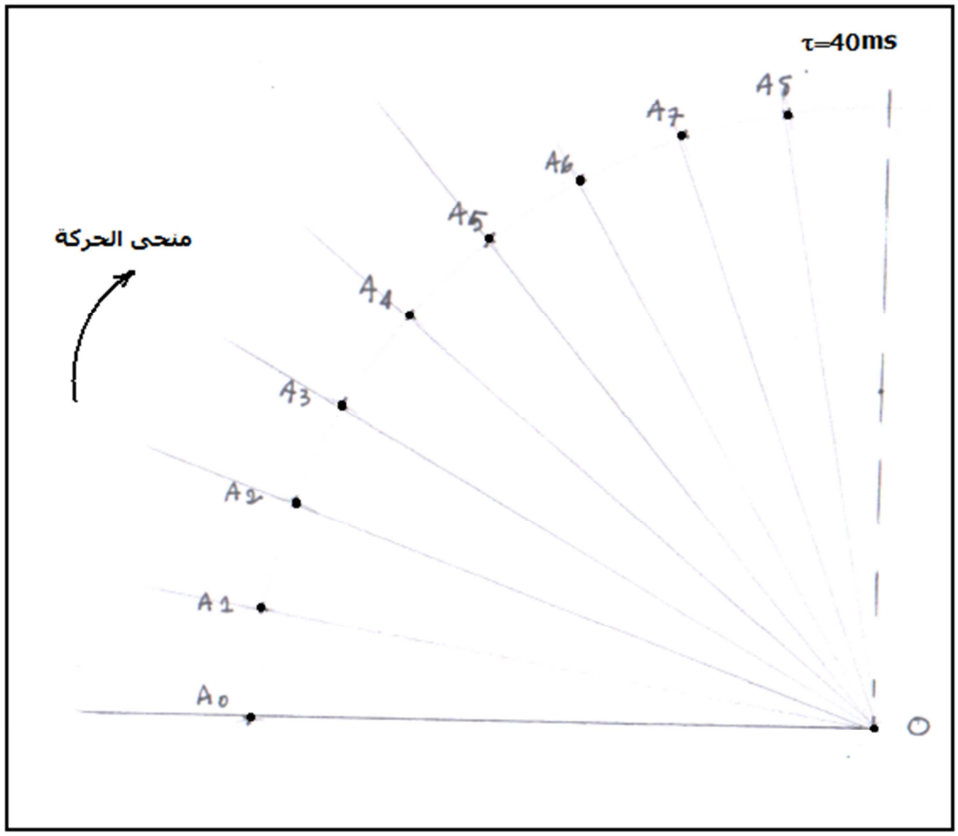
بالنسبة لنقطة A عند اللحظة t تكون السرعة الخطية هي كالتالي :

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad et \ \Delta s = R\Delta\theta$$

$$v = R.\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow v = R\omega$$

4 ـ الدراسة التجريبية : التحقق التجريبي من العلاقة $v = R\omega$

نطلق حامل ذاتي على منضدة هوائية على أساس أن نحصل على حركة دوران هذا الأخير حول النقطة O والتي يمر منها محور الدوران (Δ) . ونسجل حركة النقطة A والتي تتطابق مع مركز قصور الحامل الذاتي G خلال مدد زمنية متتالية ومتساوية τ=40ms ، فنحصل على التسجيل التالي بالسلم الحقيقي .



أ ـ أملأ الجدول التالي . نأخذ كأصل معلم الزمن النقطة A_2 :

	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
$t_i\,(s)$	$-0,08$	$-0,04$	0	$0,04$	$0,08$	$0,12$	$0,16$
$\theta(rad)$	0	$0,17$	$0,35$	$0,52$	$0,70$	$0,87$	$1,06$
$\Delta t = t_{i+1} - t_{i-1}$		$0,08$	$0,08$	$0,08$	$0,08$	$0,08$	$0,08$
$\Delta\theta_i = \theta_{i+1} - \theta_{i-1}$		$0,35$	$0,35$	$0,35$	$0,35$	$0,36$	
$\omega_i\,(rad/s)$		$4,4$	$4,4$	$4,4$	$4,4$	$4,5$	
$s_i\,(m)$	0	$1,7.10^{-2}$	$3,4.10^{-2}$	$5,1.10^{-2}$	$6,7.10^{-2}$	$8,3.10^{-2}$	$9,9.10^{-2}$
$\Delta s_i = s_{i+1} - s_{i-1}$		$3,4.10^{-2}$	$3,4.10^{-2}$	$3,3.10^{-2}$	$3,2.10^{-2}$	$3,2.10^{-2}$	
$v_i\,(m/s)$		$0,42$	$0,42$	$0,42$	$0,40$	$0,40$	

ب ـ التأكد من العلاقة $v=R\omega$

أحسب الشعاع R وتأكد من العلاقة $v=R\omega$

حساب الشعاع R : $R = 9,8.10^{-2}\,m$

$v = 9,8.10^{-2} \times 4,4 = 0,43 m/s$

أخذا بعين الاعتبار الأخطاء التي يمكن أن يقوم بها المجرب على القياسات يمكن أن نعتبر أن $v = R\omega$

VI ـ حركة الدوران المنتظم

1 ـ تعريف :

تكون حركة الدوران لجسم صلب ، حول محور ثابت ، منتظمة إذا بقيت السرعة الزاوية ω لهذا الجسم ثابتة مع مرور الزمن . أي أن $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ بحيث أن $\Delta\theta$ زاوية الدوران لجسم صلب في حركة دوران منتظم حول محور ثابت خلال مدة زمنية Δt ، وبالتالي فإن :

$$\Delta\theta = \omega\Delta t$$

2 ـ خاصيات حركة الدوران المنتظم

* دور حركة الدوران المنتظم

أثناء الحركة تمر كل نقطة من الجسم بنفس الموضع بنفس السرعة عند كل دورة ، نقول أن الحركة دورية .

ينجز الجسم دورة كاملة خلال مدة $\Delta t = T$ بحيث أن :

$$\Delta\theta = 2\pi = \omega T \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

T تمثل دور حركة الدوران المنتظم وحدتها في النظام العالمي للوحدات هي الثانية s .

* تردد حركة الدوران المنتظم

التردد هو عدد الدورات N المنجزة في الثانية ونعبر عنها بالعلاقة التالية : $N = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

وحدة التردد في النظام العالمي للوحدات هي الهرتز (Hz) .

نعبر عن التردد كذلك بالدورة في الدقيقة tr/min ومن العلاقة للتردد نستنتج أن $1Hz = 60tr/\min$

تمرين تطبيقي :

يدور قرص شعاعه $R = 10cm$ بسرعة توافق 30 دورة في الدقيقة حول محور (Δ) يمر من مركز قصوره .

1 ـ أحسب تردد ودور القرص

2 ـ أحسب السرعة الزاوية لدوران القرص بالوحدة rad/s واستنتج سرعة نقطة M من محيط القرص .

3 ـ أحسب سرعة نقطة تبعد عن مركز قصور القرص بمسافة $r = 5cm$. ماذا تستنتج ؟

الجواب :

1 ـ التردد N هو عدد الدورات المنجزة في الثانية .

$$N = \frac{30}{60} = 0,5Hz$$

ومنه نستنتج الدور T بتطبيق العلاقة التالية : $T = \frac{1}{N}$ أي أن $T = 2s$

2 ـ السرعة الزاوية :

لدينا $T = \frac{2\pi}{\omega}$ أي أن $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ومنه فإن $\omega = 3,14rad/s$

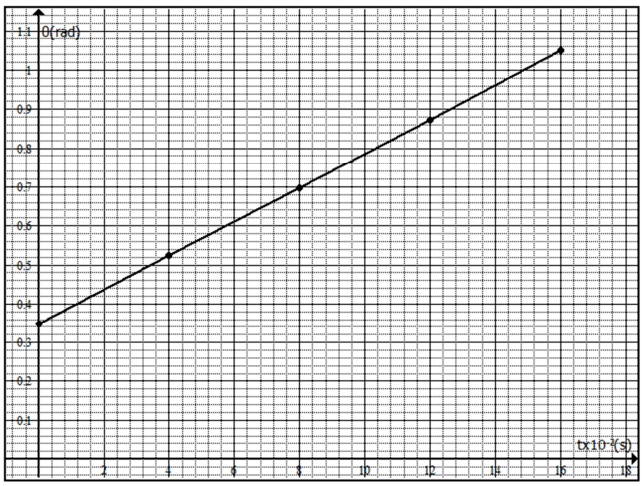
بما أن $v = R\omega$ فإن سرعة نقطة M من محيط القرص والتي تبعد عن المحور Δ بالمسافة $OM = R$ هي : $v_M = R.\omega$ أي أن

$$v_M = 0,1\times 3,14 = 0,314m/s$$

3 ـ سرعة نقطة تبعد عن محور الدوران ب $r = 5cm$: $v_N = r.\omega$ أي

أن $v_N = 0,05\times 3,14 = 0,157m/s$

نستنتج أن سرعة نقطة من القرص تتعلق بالمسافة التي تفصلها عن محور الدوران بينما السرعة الزاوية تبقى ثابتة



3 ـ المعادلة الزمنية لحركة الدوران المنتظم

أ ـ نشاط تجريبي :

1 ـ على ورق مليمتري وباختيار سلم مناسب مثل $\theta = f(t)$

2 ـ أستنتج المعادلة الرياضية **θ(t)** . ما هو المدلول الفيزيائي للمعامل الموجه .

المنحى الممثل ل $\theta = f(t)$ عبارة عن قطعة من مستقيم لا تمر من اصل المعلم أي أن $\theta = at + b$ بحيث أن a المعامل الموجه لهذا المستقيم $a = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = 4,37rad/s$

مدلولها الفيزيائي : فحسب معادلة الأبعاد فإن a نعبر عنها ب rad/s أي أنها تعبر عن السرعة الزاوية

b الأفصول الزاوي للنقطة A عند أصل التواريخ أي أن $b = 0,349rad$ وبالتالي فإن $\theta = 4,37t + 0,349$

ب ـ خلاصة (تعميم هذه النتيجة)

المعادلة الزمنية لحركة الدوران المنتظم حول محور ثابت لجسم صلب هي : $\theta = \omega t + \theta_0$

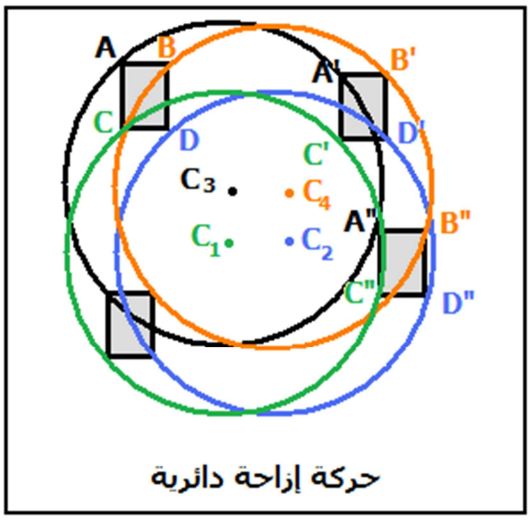
ω السرعة الزاوية للجسم
θ_0 الأفصول الزاوي للجسم عند اللحظة t=0

ملحوظة: حركة نقطة من الجسم S في دوران منتظم هي حركة دائرية منتظمة أي أن السرعة الخطية ثابتة ومسار النقطة دائري شعاعه R في هذه الحالة تكون المعادلة الزمنية لحركة النقطة M من الجسم S هي :

$$\frac{\theta}{R}=\frac{\omega}{R}t+\frac{\theta_0}{R}$$

وبما أن $s=\frac{\theta}{R}$ و $v=\frac{\omega}{R}$ و $s_0=\frac{\theta_0}{R}$ فإن :

$$s = vt + s_0$$



حركة إزاحة دائرية

*** حركة الدوران وحركة الإزاحة الدائرية**

حركة الدوران : كل نقط الجسم لها حركة دائرية حول محور الدوران (Δ)

حركة الإزاحة الدائرية: كل نقط الجسم A_i لها مسار دائري C_i مركزه O_i