تصحيح التمارين

التمرين 1

1 ـ طبيعة حركة الجسم الصلب :

الجسم الصلب في حركة دوران حول محور ثابت

المعادلة الزمنية لنقطة M هي دالة خطية

إذن نستنتج أن الجسم في حركة دوران منتظم .

2 ـ قيمة الأفصول المنحني للنقطة M عند اللحظة t=0 :

$v = 0,70 m/s$ و $s_0 = 0,03m$

3 ـ تعبير الأفصول الزاوي $\theta(t)$

نعلم أن $\theta(t) = \omega t + \theta_0$ بحيث أن $\theta_0 = \frac{s_0}{r} = 0,20rad$ و $\omega = \frac{v}{r} = 4,67rad/s$

وبالتالي فالمعادلة هي : $\theta(t) = 4,67t + 0,20$

التمرين 2

1 ـ تحديد سرعات النقطة M :

في الموضع M_1 :

$$v_1 = \frac{M_0M_1}{2.\Delta t} = \frac{2,7.10^{-2}}{80.10^{-3}} = 0,34m/s$$

في الموضع M_3 :

$$v_3 = \frac{M_2M_4}{2.\Delta t} = \frac{2,7.10^{-2}}{80.10^{-3}} = 0,34m/s$$

تمثيل متجهات السرعة :

مميزات متجهة السرعة $\vec{v}_1$:

الأصل M_1

الاتجاه : مماس لمسار حركة المتحرك في النقطة M_1

المنحى : منحى الحركة

المنظم : $v_1 = 0,34m/s$ حسب السلم نمثله ب $3,4cm$

مميزات متجهة السرعة $\vec{v}_3$:

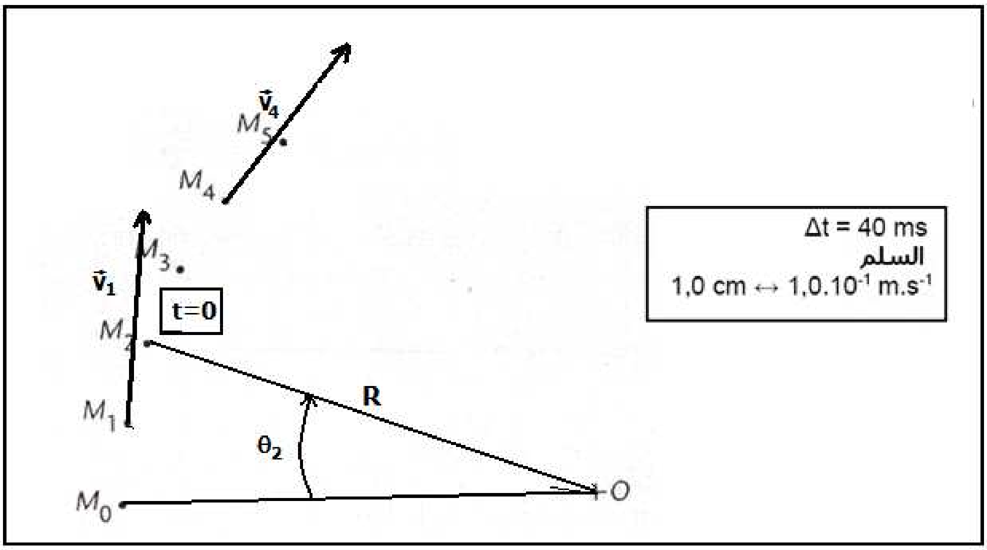
الأصل M_3

الاتجاه : مماس لمسار حركة المتحرك في النقطة M_3

المنحى : منحى الحركة

المنظم : $v_3 = 0,34m/s$ حسب السلم نمثله ب $3,4cm$

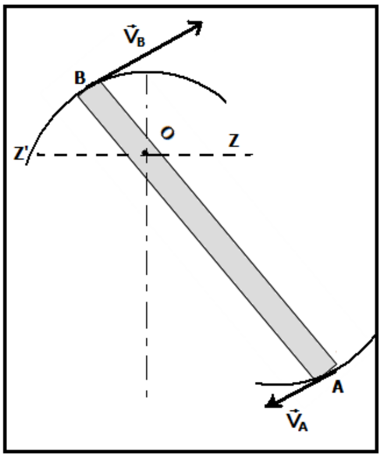
التمثيل أنظر الشكل



2 ـ طبيعة حركة النقطة M :
بما أن الجسم في حركة دوران حول محور ثابت أي أن كل نقطة لها حركة دائرية بما فيها النقطة M إذن مسار النقطة M مسار دائري .
حسب السؤال السابق أن السرعة الخطية لهذه النقط ثابتة أي أن هذه الحركة منتظمة .
إذن طبيعة حركة النقطة M حركة دائرية منتظمة .
3 ـ مبيانيا الشعاع $R = 7,9\text{cm}$
4 ـ نستنتج السرعة الزاوية لهذه النقطة :
لدينا $v = R\omega$ أي أن $\omega = v / R$
تطبيق عددي : $\omega = \dfrac{0,34}{7,9.10^{-2}} = 4,3\text{rad/s}$
5 ـ المعادلة الزمنية لحركة النقطة M :
بما الحركة دائرية منتظمة فإن معادلتها الزمنية تكتب على الشكل التالي : $\theta(t) = \omega t + \theta_0$ بحيث أن θ_0 هو الأفصول الزاوي للمتحرك عند اللحظة $t = 0$ أي في أصل التواريخ .
وحسب المعطيات أن M_2 هي موضع النقطة M في أصل التواريخ بحيث أن $\theta_2 = \widehat{M_0M_2} = 20° = \dfrac{\pi}{9}\text{rad}$ أي أن $\theta_0 = \theta_2 = \dfrac{\pi}{9}\text{rad}$
وبالتالي فإن المعادلة الزمنية هي : $\theta(t) = 4,3t + \pi / 9 \quad (\text{rad})$

التمرين 3

1 ـ السرعة الزاوية للساق :
بما أن الساق كجسم صلب في حركة دوران حول المحور ZZ' فإن جميع النقط لها حركة دائرية تذور بنفس السرعة الزاوية باستثناء النقطة O فهي في حالة سكون . أي أن $\omega_A = \omega_B = \omega$ بحيث أن ω السرعة الزاوية للساق .



$\omega = \omega_A = 0A.v_A$ وحسب الشكل فإن $OA = \dfrac{3\ell}{4}$ أي أن $\omega = \dfrac{3\ell}{4}.v_A$
عدديا : $\omega = 0,75\text{rad/s}$
2 ـ سرعة النقطة B :
لدينا $\omega = OB.v_B$ أي أن $v_B = \dfrac{\omega}{OB}$ عدديا : $v_B = 3\text{m/s}$

التمرين 4

1 ـ المعادلة الزمنية $\theta(t)$ لحركة النقطة M :
بما أن المسار دائري و السرعة الزاوية ثابتة فإن حركة النقطة M حركة دائرية منتظمة معادلتها الزمنية تكتب على الشكل التالي $\theta = \omega t + \theta_0$ بحيث أن $\omega = 2\text{rad/s}$
حساب θ_0 : عند $t = 1\text{s}$ لدينا $\theta = \pi / 6$ أي أن $\theta_0 = \dfrac{\pi}{6} - 2$ وبالتالي فالمعادلة الزمنية هي : $\theta = 2t + \left(\dfrac{\pi - 12}{6}\right)$
2 ـ السرعة الخطية : $v = R\omega$ أي أن $v = 4\text{m/s}$
3 ـ عندما ينجز المتحرك دورة كاملة $\theta = 2\pi$ أي أن

$$2\pi = 2 \times \Delta t + \left(\frac{\pi - 12}{6}\right) \Rightarrow \Delta t = \frac{12\pi - \pi + 12}{12} = \frac{11\pi + 12}{12}$$

$\Delta t = 3,9\text{s}$

التمرين 5

1 ـ خلال أي مدة يدور القمران من جديد جنبا إلى جنب :
نعتبر اللحظة $t_0=0$ لحظة انطلاق القمران وهما محمولين من طرف نفس الشعاع واللحظة t اللحظة التي سيلتقبان فيها
نعتبر أنه بالنسبة للقمر S_1 معادلته الزمنية هي :

$$\theta_1(t) = \omega_1 t + \theta_{01} \qquad \theta_{01} = 0$$
$$\theta_1(t) = \omega_1 t$$

وبالنسبة للقمر S_2 معادلته الزمنية هي :

$$\theta_2(t) = \omega_2 t + \theta_{02} \qquad \theta_{02} = 0$$
$$\theta_2(t) = \omega_2 t$$

خلال الإلتقاء تكون $k \in N \quad \theta_1(t) = \theta_2(t) + 2k\pi$

أي أن :

$$\omega_1 t = \omega_2 t + 2k\pi \quad k \in N$$
$$t(\omega_1 - \omega_2) = 2k\pi \quad k \in N$$
$$t_k = \frac{2k\pi}{\omega_1 - \omega_2} \quad k \in N$$

عند التقائهما أول مرة نأخذ k=1

$$t_1 = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} = 62800s$$

2 ـ نستنتج أن هذه الظاهرة دورية : حسب العلاقة $k \in N \quad t_k = \frac{2k\pi}{\omega_1 - \omega_2} = k.t_1$ فهي تبين أن هذه الحركة دورية دورها هو

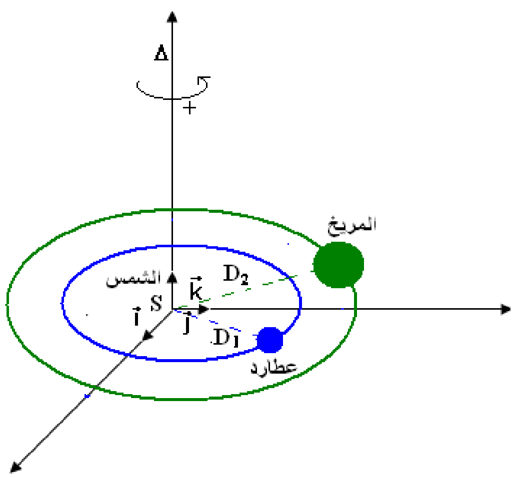
$$T = t_0 - t_1 = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} \Rightarrow T = 62800s = 17h26\,min\,40s$$

التمرين 6

في الجسم المرجعي النجمي $\mathcal{R}(S, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ مركزه الشمس. خلال المدة الزمنية $\Delta t_i = T_i$ يقطع الكوكب i) بحيث أن (المريخ،عطارد = i) محيط المسار الدائري $s = 2\pi D_i$ وبما أن حركة الكوكب i حركة دورانية منتظمة فإن

$$s = 2\pi D_i = v_i \Delta t_i \Rightarrow v_i = \frac{2\pi D_i}{\Delta t_i}$$

v_i السرعة الخطية للكوكب i .



بالنسبة لعطارد : $v_1 = 47{,}9.10^3 m/s$

بالنسبة للمريخ : $v_2 = 13{,}1.10^3 m/s$

2 ـ السرعة الزاوية لكل كوكب i :

نعلم أن $v_i = \omega_i D_i$ وبالتالي $\omega_i = \frac{v_i}{D_i}$ أو ممكن أن نستعمل تعبير الدور

$T_i = \frac{2\pi}{\omega_i}$ لكل كوكب وبالتالي $\omega_i = \frac{2\pi}{T_i}$

بالنسبة لعطارد : $\omega_1 = 8{,}26.10^{-7} rad/s$

بالنسبة للمريخ : $\omega_2 = 1{,}68.10^{-8} rad/s$

3 ـ حساب الزاوية α_i زاوية الدوران الكوكب i خلال

$$\Delta t = 365J = 365 \times 24 \times 3600 = 31536.10^3 s$$

لدينا $\alpha_i = \omega_i \Delta t$

بالنسبة لعطارد : $\alpha_1 = 26{,}1 rad = 4{,}15°[360°]$

بالنسبة للمريخ : $\alpha_2 = 0{,}530 rad = 30{,}4°$

التمرين 7

1 ـ تعبير السرعة الخطية v_1 لنقطة تنتمي لمحيط البكرة P_1 بدلالة السرعة الزاوية ω_1 و R_1 :

المحرك مرتبط بالبكرة P_1 بواسطة المرود ، بما أن سرعته الزاوية ω_1 فإن سرعة البكرة كذلك ω_1 .

نعتبر M_1 نقطة تنتمي إلى محيط البكرة P_1 بحيث أن $OM_1 = R_1$ أي أن العلاقة بين السرعة الخطية v_1 والسرعة الزاوية ω_1 هي : $v_1 = R_1\omega_1$. بنفس الطريقة نبين أن العلاقة بين السرعة الخطية v_2 لنقطة M_2 تنتمي إلى محيط البكرة P_2 وسرعتها الزاوية ω_2 هي : $v_2 = R_2\omega_2$

2 ـ نعتبر α_1 و α_2 زاويتي الدوران خلال نفس المدة الزمنية Δt ، لنبين أن $R_1\omega_1 = R_2\omega_2$

حسب المعطيات أن السير لا ينزلق على مجرى البكرة ، أي أنه إذا انتقل السير خلال المدة τ ب $\delta\ell$ فالنقطة M_1 تنتقل ب δs_1 والنقطة M_2 تنتقل ب δs_2 بحيث أن $\delta s_1 = \delta s_2$ أي أن $\frac{\delta s_1}{\tau} = \frac{\delta s_2}{\tau}$ وبالتالي فإن $v_1 = v_2$ ومنه فإن $R_1\omega_1 = R_2\omega_2$

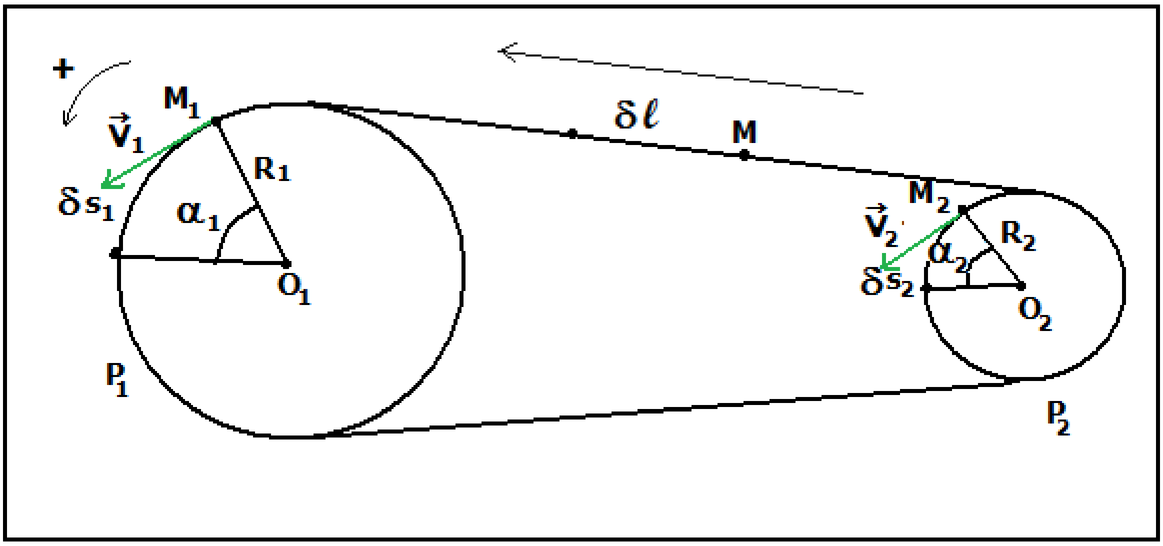
3 ـ حساب السرعة الزاوية ω_2 :

$\omega_2 = 42,6 rad/s$

4 ـ حساب دور وتردد البكرتين :

بالنسبة للبكرة P_1 : $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 0,523s$ و $N_1 = \frac{1}{T_1} = 1,91Hz$

بالنسبة للبكرة P_2 : $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 0,147s$ و $N_2 = \frac{1}{T_2} = 6,80Hz$



التمرين 8

الأجوبة :

1 ـ السرعة الزاوية لدوران الأرض : $\Omega_0 = 7,3.10^{-3} rad/s$

2 ـ تعبير السرعة الخطية لنقطة M من سطح الأرض : $v = \frac{2\pi R\cos\lambda}{T}$