Mouvements de chutes verticales : Exercices

Exercice .1 : QCM
1. À la surface de la terre , plus un corps est massif, plus il tombe vite .

(a) oui (b) non

2. Les forces de frottements de l'air sur une voiture en marche avant fournissent un travail .

(a) moteur (b) résistant

3. Les forces de frottements de l'air sur une voiture en marche arrière fournissent un travail

(a) moteur (b) résistant

4. Deux corps ont la même forme , donc ont même coefficient de force de frottement fluide λ dans l'air . Ils n'ont pas la même masse . lequel des deux a plus grande vitesse limite de chute ?

(a) le plus massif (b) le moins massif

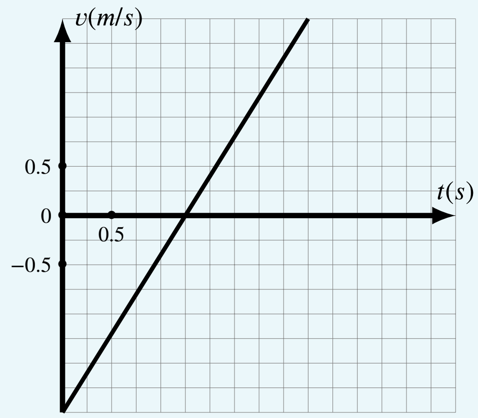
5. On suppose qu'un parachute est soumis à une force de frottement fluide $\mu.v^2$ (sillage turbulent). Lorsque l'instructeur saute en tandem avec l'élève , leur vitesse verticale après déploiement du parachute est :

(a) identique (b) 40% plus grande (c) deux fois plus grande

que dans le cas où l'élève saute seul (on suppose qu'ils ont le même poids , et on néglige le poids du parachute) .

Exercice .2 En exploitant un film réalisé lors d'une mission Appolo, on a enregistré le mouvement vertical du centre d'inertie G d'un solide en chute libre sur la lune . On repère l'évolution de la vitesse v de G au cours du temps suivant un axe vertical orienté vers le bas . L'exploitation de cet enregistrement conduit au graphique ci- dessous . la date t=0 correspond au début de l'enregistrement .

1. Quelle est la valeur de l'accélération de G lors du mouvement ?
2. Quelle est la valeur de la vitesse initiale ?
3. Dans quel sens le mobile a-t-il été lancé ?
4. Le solide est lancé d'un point dont dont l'abscisse a pour valeur $z_0 = 0.5m$
a. Établir l'expression de la vitesse de G en fonction du temps avec les valeurs numériques précédemment déterminées.
b. Établir ensuite l'expression de l'abscisse z en fonction de temps t .



Exercice .3 : Calculer la poussée d'Archimède
La bille d'un roulement a un volume $V = 4,4 \times 10^{-6} m^3$ et une masse $m = 34g$. L'intensité de la pesanteur est $g = 10m/s^2$.
1. Calculer le poids de cette bille .
2. La bille est placée dans l'air dont la masse volumique est $\rho_{air} = 1,3kg/m^3$.
a. Calculer la poussée d'Archimède qui s'exerce sur la bille .
b. Comparer la poussée d'Archimède et le poids .
3. La bille tombe d'ans un liquide dont la masse volumique est : $\rho_{liq} = 0,89 \times 10^3 kg.m^3$
a. Calculer la poussée d'Archimède qui s'exerce sur la bille .
b. Comparer la poussée d'Archimède et le poids .

Exercice .4 : Calcule une viscosité
Lorsque la vitesse est faible , un objet sphérique de rayon R se déplaçant dans un fluide est soumis , à une force de frottement fluide $\vec{f}$ dont la valeur peut être calculée par la formule de STOKES : $f = 6.\pi.\eta.R.v$. Dans cette expression

, η est la viscosité du fluide .
1. déterminer , dans le système international , l'unité de viscosité .
2. Exprimer le vecteur force de frottement $\vec{f}$ en fonction du vecteur vitesse $\vec{v}$
3. Une bille de rayon $R = 1,0cm$ chute dans un fluide avec une vitesse $v = 1,4cm/s$. L'étude du mouvement montre que la force de frottement exercée par le fluide a une intensité $f = 2,2 \times 10^{-3}N$. Calculer la viscosité η de ce fluide .

Exercice .5 Une goutte d'eau colorée , assimilée à une sphère de rayon $r = 2mm$, chute dans l'huile contenue dans une éprouvette. La masse volumique de l'eau $\rho_e = 1,0 \times 10^3 kg/m^3$, celle de l'huile est : $\rho_h = 8,2 \times 10^2 kg/m^3$.
On note v la vitesse de la goutte d'eau. la valeur de f de la force de frottement fluide exercée par l'huile est donnée par la formule de STOKES : $f = 6.\pi.\eta.r.v$. Le coefficient η est la viscosité du fluide . Pour l'huile utilisée, on a $\eta = 80 \times 10^{-3} kg.m^{-1}.s^{-1}$. L'intensité de la pesanteur est $g = 9,81m/s^2$. On rappelle que le volume d'une sphère de rayon r est $V = \frac{4}{3}\pi.r^3$.
1. faire l'inventaire des forces exercées sue la goutte . Donner leurs expressions littérales .
2. Établir l'équation différentielle traduisant la vitesse de la goutte suivant un axe (Oz) vertical orienté vers le bas .
3. Montrer que cette équation différentielle peut s'écrire :

$$\frac{dv}{dt} = A - B.v$$

Calculer A et B .
4. Monter que la goutte atteint une vitesse limite . L'exprimer en fonction de A et B , et calculer A et B .

Exercice .6 On considère un parachutiste en chute dans l'air avant ouverture de son parachute . On suppose que la force de frottement fluide agissant sur le système{ parachutiste-parachute fermé} est $-\lambda.\vec{v}$ où $\vec{v}$ est la vitesse de chute et $\lambda = 14S.I$ est une constante .
À l'instant t_0, le parachutiste ouvre son son parachute . On considère que l'ouverture de celui- ci est instantanée , et on considère que le parachutiste avait atteint sa vitesse limite de chute avant l'ouverture du parachute . On suppose que la force de frottement fluide agissant sur le système { parachutiste-parachute fermé} est $-\mu.\vec{v}$, où $\mu = 350S.I.$
1. En quelle unité du système International s'exprime λ et μ ?
2. Quelle était la vitesse limite v_0 de chute du parachutiste avant l'ouverture de parachute ?
3. Quelle est la nouvelle vitesse limite de chute v_1 lorsque le parachute est ouvert ?
4. En établissant le bilan des forces agissant sur le système { parachutiste-parachute fermé} , écrire l'équation différentielle vérifiée par $v(t) - v_1$. La résoudre et en déduire le graphe de v(t) pour $t > t_0$.
Données :
Masse du système { parachutiste-parachute fermé} $= 70kg$
Intensité de pesanteur : $g = 10m/s^2$

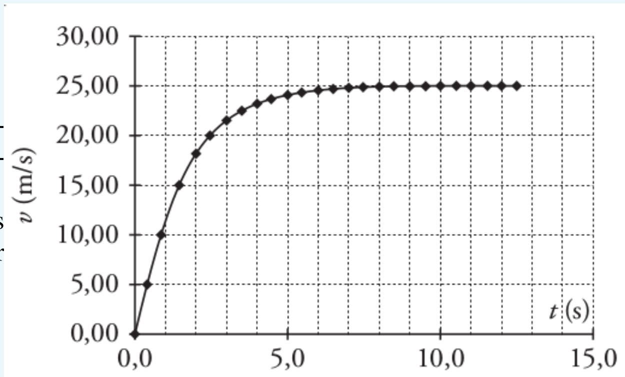
Exercice .7 : La grêle
La grêle se forme dans les cumulo-nimbus situés entre 1 000 m et 10 000 m d'altitude où la température est très basse, jusqu'à –40°C . Le grêlon tombe lorsqu'il n'est plus maintenu au sein du nuage. Au sol, sa vitesse peut atteindre 160 km/h. On étudie un grêlon de masse 13 g qui tombe d'un point O d'altitude 1 500 m sans vitesse initiale. Il peut être assimilé à une sphère de diamètre 3,0 cm.
Le point O sera pris comme origine d'un axe Oz orienté positivement vers le bas. L'intensité de la pesanteur sera considérée comme constante et de valeur $g_0 = 9,80m \cdot s^{-2}$
On donne : volume d'une sphère : $V = \frac{4}{3}\pi.r^3$ et la masse volumique de l'air : $\rho_{air} = 1,3kg \cdot m^{-3}$.
A. On admettra que le grêlon tombe en chute libre.
1. En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer les équations horaires donnant la vitesse et la position du centre d'inertie G du grêlon en fonction de la durée t de la chute.
2. Calculer la valeur de la vitesse lorsqu'il atteint le sol. Ce résultat est-il vraisemblable ? Justifier.
B. Chut réelle
En réalité le grêlon est soumis à deux autres forces, la poussée d'Archimède $\vec{F_A}$ et la force de frottement fluide $\vec{f}$ proportionnelle au carré de la vitesse telle que $f = K.v^2$.
1. Par une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité du coefficient K dans le système international.
2. Donner l'expression de la valeur de la poussée d'Archimède ; la calculer et la comparer à celle du poids. Conclure.
C. On néglige la poussée d'Archimède.
1. Établir l'équation différentielle du mouvement.

Montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme

$$\frac{dv}{dt} = A - B.v^2$$

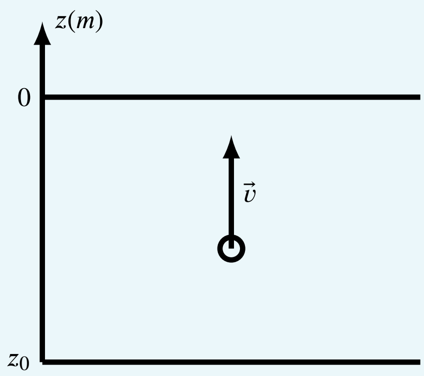
2. On veut résoudre cette équation différentielle par une méthode numérique : la méthode d'Euler. Le tableau suivant est un extrait d'une feuille de calcul des valeurs de la vitesse (v) et de l'accélération (a) en fonction du temps (t). Il correspond aux valeurs : $A = 9,80 m \cdot s^{-2}$ et $B = 1,56 \times 10^{-2} m^{-1} 1$, pas de variation $\Delta t = 0,5s$.

t(s)	0,00	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00
v(m/s)	0,00	4,90	9,61	13,8	17,2	v_5	21,6
v(m/s)	9,80	9,430	8,36	6,838	a_4	3,69	2,49



Déterminer a_4 et v_5 en détaillant les calculs.
3. Exprimer littéralement la vitesse limite atteinte par le grêlon en fonction de A et B , puis calculer sa valeur numérique.
4. La courbe d'évolution de la vitesse en fonction du temps est donnée ci-dessous. Retrouver graphiquement la valeur de la vitesse calculée au paragraphe précédent.

Exercice .8 : Bulle d'air dans une piscine



Un plongeur au fond d'une piscine, de profondeur $z_0 = 3,0m$, produit une petite bulle d'air à l'instant $t = 0s$. La bulle sera supposée sphérique dans tout l'exercice.
Initialement, la bulle a un rayon $r(z_0) = r_0 = 0,50mm$.
La température de l'eau et de l'air de la bulle est constante : $T_0 = 300K$.
La pression de l'eau de la piscine varie en fonction de la profondeur z selon la relation de la statique des fluides :

$$P_{eau}(z) = P_{atm} - \rho.g.z$$

avec :
$P_{atm} = 1,0 \times 10^5 Pa$, la pression à la surface de l'eau ($z = 0m$) ;
$\rho = 1,0 \times 10^3 kg.m^3$, la masse volumique de l'eau ;
$g = 8,80 m/s^2$, l'intensité de la pesanteur.
La pression de l'air dans la bulle est toujours égale à la pression de l'eau à la même profondeur.
On donne la constante des gaz parfaits : R = 8 , 314 S.I.
1. En faisant l'hypothèse que l'air de la bulle se comporte comme un gaz parfait, déterminer l'expression du rayon de la bulle $r(z)$ en fonction de la profondeur.
2. Calculer la quantité de matière n_{air} d'air contenue dans la bulle.
3. Calculer le rayon de la bulle lorsqu'elle va finalement atteindre la surface. On néglige la variation du rayon de la bulle, si cette variation est inférieure à 10% (en valeur absolue) de la valeur initiale. Peut-on la négliger ?
4. Si l'air a une masse molaire de $M(air) = 29g \cdot mol^{-1}$, calculer la masse m de la bulle, puis donner les caractéristiques du poids P de la bulle.
5. Donner les caractéristiques de la poussée d'Archimède $\vec{F_A}$ qui s'applique sur la bulle en fonction du rayon r_0 de la bulle.
6. La bulle est également soumise à une force de frottement fluide de la forme $\vec{f} = 6.\pi.\eta.r_0.\vec{v}$ avec la viscosité de l'eau$\eta = 1,0 \cdot 10^{-3} Pa \cdot s$, le rayon de la bulle r_0 (en mètre) et le vecteur vitesse v de la bulle.
a) Placer, sur un schéma, les forces qui s'appliquent sur la bulle.
b) Le mouvement de la bulle étant vertical, établir l'équation différentielle régissant la vitesse verticale v de la bulle en fonction du temps.
7. On montre que la vitesse v (t) est de la forme : $v(t) = v_l \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$
Sachant que $A + Be^x$ est nulle pour toutes valeurs de X si A = B = 0 , déterminer les valeurs de v_l et de τ telles que

l'expression proposée de v soit solution.
8. Quelle vitesse maximale la bulle va-t-elle atteindre ?

Exercice .9 : plan incliné

Une savonnette de masse $m = 100g$ est posée, sans vitesse initiale, sur un plan incliné mouillé. La savonnette se met en mouvement et glisse suivant la ligne de plus grande pente du plan, ligne qui forme avec l'horizontale un angle $\alpha = 20°$. Le mouvement est filmé à l'aide d'une webcam. Le traitement informatique des données montre que la savonnette atteint une vitesse limite $v_l = 0,40m/s$.

1. Dresser l'inventaire des forces extérieures exercées sur la savonnette. On admettra que le plan incliné exerce une force de frottement $\vec{f}$ opposée au mouvement et proportionnelle à la vitesse $vecv$: $\vec{f} = k.\vec{v}$.

2. Appliquer la deuxième loi de Newton à la savonnette. On utilisera un axe Ox parallèle au plan et orienté dans le sens du mouvement.

3.

3. 1. Montrer que l'équation différentielle peut se mettre sous la forme

$$\frac{dv_x}{dt} = g.sin(\alpha) - \frac{k}{m}v_x(t)$$

3. 2. Calculer la valeur de k

4. En admettant que k ne dépend pas de l'inclinaison du plan, comment évolue la vitesse limite quand l'inclinaison augmente ?

Donnée : l'intensité de pesanteur $g = 9,8m/s^2$

Exercice .10 : cocktail pour une chute

On réalise un cocktail en superposant dans une éprouvette deux liquides non miscibles : de l'huile de masse volumique $\rho_h = 0,92g/cm^3$ et de sirop de grenadine de masse volumique $\rho_g = 1,2g/cm^3$. Chaque colonne de liquide a une hauteur $h = 15cm$. On immerge une petite bille en acier dans l'huile puis on la lâche sans vitesse initiale. Elle tombe alors verticalement. On admet que la force de frottement $\vec{f}$ exercée par le liquide sur la bille est modélisée dans les deux liquides par l'expression $\vec{f} = -k.\vec{v}$, k dépend de la viscosité de chacun des liquides ($\vec{v}$ est la vitesse du centre d'inertie de la bille) .

1. Dresser l'inventaire des forces exercées sur la bille;

2. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle de la chute se met sous la forme :

$$\frac{dv_z}{dt} = A - B.v_z$$

(On choisira un axe vertical Oz orienté vers le bas)

3. Calculer la valeur du coefficient A pour les deux liquides

4. Le graphique suivant donne l'évolution de la coordonnée $v_z(t)$ de la vitesse de la bille lorsqu'elle est dans l'huile.

4. 1. Déterminer graphiquement la vitesse limite v_{lh} de la bille .

4. 2. En déduire la valeur du coefficient B_h dans l'huile .

5. À l'instant de date $t = 0,4s$, la bille change de liquide. Le coefficient k de la force de frottement est 1,8 fois plus grand dans le grenadine que dans l'huile.

5. 1. Calculer la valeur du coefficient B_g dans le grenadine et la vitesse limite v_{lg} atteinte par la bille.

5. 2. Compléter le graphique ci dessous en représentant l'évolution de la coordonnée $v_z(t)$ de la vitesse de la bille entre les instants des dates $t = 0,4s$ et $t = 0,8s$, sachant que la vitesse limite est atteinte à l'instant de date $t = 0,6s$ environ.

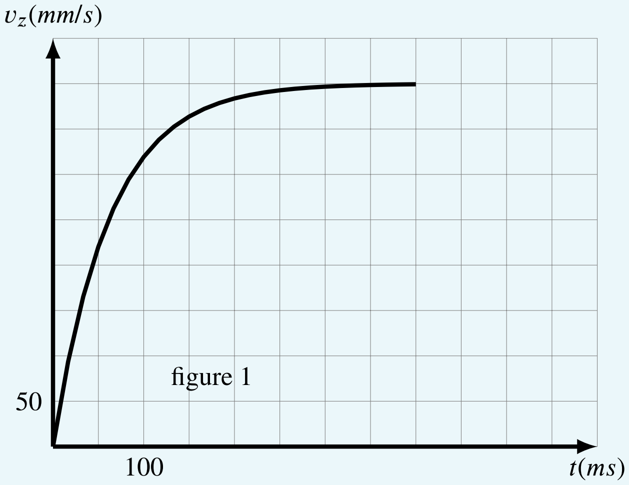


figure 1

On néglige les perturbations dues au changement de liquide.

Données : $g = 9,8m/s^2$; la masse volumique de l'acier $\rho_{acier} = 7,8g/cm^3$