

## تمارين حول حركة الكواكب والأقمار

### التمرين 1

أحسب  $M_j$  كتلة كوكب المشتري علما أن إحدى أقماره  $I_o$  مدارها دائري شعاعه  $R = 421600\text{km}$  ودوره المداري  $T = 152424\text{s}$

. نعطي  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{SI}$

الجواب :  $M_j = 1,9 \times 10^{27} \text{kg}$

### التمرين 2

الأقمار الاصطناعية SPOT هي سلسلة أقمار اصطناعية مسخرة لأغراض مدنية تهتم بملاحظة سطح الأرض ، آخرها كان القمر الاصطناعي SPOT5 ، الذي وضع في مداره في ماي 2002 م ، وهو يتمكن من تمييز تفاصيل برتبة قدر تناهز  $2,5\text{m}$  . هذا القمر الاصطناعي يمر فوق نفس المكان كل 26 يوما شمسيا متوسطا ، منجزا خلال هذه الفترة 369 دورة كاملة .

1 - بين أن حركة القمر الاصطناعي ( SPOT 5 ) منتظمة .

2 - أوجد تعبيرَي الدور المداري  $T$  والسرعة  $v$  لهذا القمر الاصطناعي ، واحسب قيمتها .

3 - أوجد بطريفة مختلفة قيمة  $T$  ،

### التمرين 3

ينجز قمر اصطناعي (S) حركة دائرية منتظمة حول كوكب (P) ، شعاع المسار الدائري  $R_s = 6,7.10^5 \text{km}$  . الدور المداري

$T_s = 3,55 \text{jours}$  . نعتبر جميع الأجسام لها تماثل كروي لتوزيع الكتلة .

1 - أحسب السرعة  $v$  للقمر الاصطناعي .

2 - عبر عن سرعته بدلالة  $G$  و  $R_s$  و كتلة الكوكب  $P$  ،  $M_p$

3 - استنتج كتلة الكوكب وتعرف عليه إن أمكن ذلك .

### التمرين 4

نعتبر قمرا اصطناعيا (S) في دوران حول الأرض على ارتفاع  $h = 800\text{km}$  من سطح الأرض ويمر مساره من الراسي للقطب الشمالي .

تدري حركة القمر في المعلم المركزي الأرضي والذي يعتبر غاليليا .

1 - ما طبيعة حركة القمر الاصطناعي ؟

2 - أوجد التعبير الحرفي للتسارع الثقالة  $g$  عند الارتفاع  $h$  :

- بدلالة كتلة الأرض  $M_T$  وشعاعها  $R_T$  وثابتة التجاذب الكوني  $G$  .

- بدلالة  $g_0$  شدة مجال الثقالة على سطح الأرض و  $R_T$  شعاع الأرض

3 - أحسب  $g$  عند الارتفاع  $h = 800\text{km}$

4 - حدد بالنسبة لهذا القمر السرعة الخطية  $v$  و الدور المداري  $T$

5 - هل يمكن لهذا القمر أن يخلق دائما فوق نفس الأماكن الموجودة على سطح الأرض ؟ علل جوابك

نعطي : شدة مجال الثقالة على سطح الأرض  $g_0 = 9,80\text{m/s}^2$  ،

شعاع الأرض :  $R_T = 6400\text{km}$

يوم فلكي يساوي  $86164\text{s}$

### التمرين 5

نرسل من سطح الأرض صاروخا (F) رأسيا كتلته  $m_F = 50\text{tonnes}$  من أجل وضع قمر اصطناعي (S) في مداره حول الأرض .

يخضع الصاروخ لقوة دافعة  $\vec{F}$  شدتها  $F = 10^6 \text{N}$  .

1 - أوجد القوى المطبقة على الصاروخ عند انطلاقه من سطح الأرض . مثل هذه القوى على تبيانة مبسطة . نوجه المحور

الرأسي  $(O, \vec{k})$  نحو الأعلى .

2 - أوجد التعبير الحرفي للتسارع  $a_z$  للصاروخ عند مغادرته سطح الأرض . وتأكد من أن قيمتها  $a_z = 10,2\text{m/s}^2$  . نأخذ

$g_0 = 9,80\text{m/s}^2$  على سطح الأرض .

3 - ما هي القيمة الدنيا  $F_{min}$  حتى لا يتمكن الصاروخ من الإقلاع ؟

II – تمكن الصاروخ F من وضع القمر الاصطناعي ذي الكتلة  $M_s = 250\text{kg}$  في مداره الدائري ذي الشعاع  $r = R + z$  حول الأرض ، حيث  $R = 6400\text{km}$  و  $z = 30\text{km}$  . نعطي ثابتة التجاذب الكوني  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{SI}$  . كتلة الأرض  $M_T = 5,59 \cdot 10^{24}\text{kg}$  .

- 1 – بين أن حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة .
- 2 – أعط تعبير الدور المداري  $T_s$  للقمر الاصطناعي حول الأرض وتأكد من أن قيمته  $T_s = 5130\text{s}$  .
- 3 – هل هذا القمر الاصطناعي ساكن بالنسبة للأرض ؟ علل جوابك .

### التمرين 6 \*\*

تتعلق طبيعة المسار لقمر اصطناعي بقيمة السرعة  $v_0$  التي أعطيت له عند تحريره من طرف المركبة الفضائية التي نقلته خارج المجال الجوي الأرضي .

هناك قيمتان خاصتان للسرعة في نقطة الدفع بالنسبة لارتفاع معين من سطح الأرض :

– سرعة الاستقمار الدائري ونعبر عنها بالرمز  $v_s$  .

– سرعة التحرير ونعبر عنها بالرمز  $v_L$

–  $v_s = v_0$  مدار دائري .

–  $v_s < v_0 < v_L$  : مدار إهليلجي يشكل مركز الأرض إحدى بؤرتيه .

–  $v_0 \geq v_L$  : مدار شلجمي أو هذلولي (hypergole) إذ لا يحدث أي استقمار بحيث يكون القمر الاصطناعي مسبارا فضائيا .

يعطي الجدول أسفله قيم  $v_s$  و  $v_L$  بالنسبة لارتفاعات مختلفة :

الارتفاع	$v_s$	$v_L$
200km	25000km / h	39640km / h
800km	26800km / h	37940km / h
36000km	11040km / h	15620km / h

1 – تعرف على مختلف الوضعيات في الشكل أسفله

2 – أوجد سرعة الاستقمار بدلالة ارتفاع نقطة التحرير .

3 – تحقق حسابيا من القيم المقدمة في الجدول أعلاه .

4 – أحد ارتفاعات نقطة التحرير يوافق ارتفاع قمر اصطناعي ساكن بالنسبة للأرض . عين هذا تالارتفاع وحدد الشروط التي ينبغي توفرها لكي يكون هذا القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة

للأرض . نعطي كتلة الأرض  $m_T = 5,98 \cdot 10^{24}\text{kg}$  و  $r_T = 6370\text{km}$  .

### التمرين 7

المريخ هو أحد كواكب النظام الشمسي الذي يمكن رصده بسهولة في السماء بسبب إضاءته ولونه الأحمر ، وله قمران طبيعيان هما فوبوس وديموس .

اهتم العلماء بدراسته منذ زمن بعيد وأرسلت إليه في العقود الأخيرة عدة مركبات فضائية استكشافية مكنت من الحصول على معلومات هامة حوله .

يقترح هذا التمرين تحديد بعض المقادير الفيزيائية المتعلقة بهذا الكوكب .

المعطيات :

– كتلة الشمس :  $M_s = 2 \cdot 10^{30}\text{kg}$

– شعاع المريخ :  $R_M = 3400\text{km}$

– ثابتة التجاذب الكوني :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{(SI)}$

– دور حركة المريخ حول الشمس :  $T_M = 687\text{jours}$  و  $1\text{jour} = 86400\text{s}$

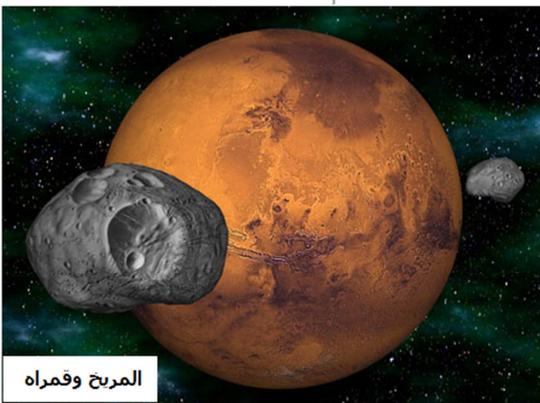
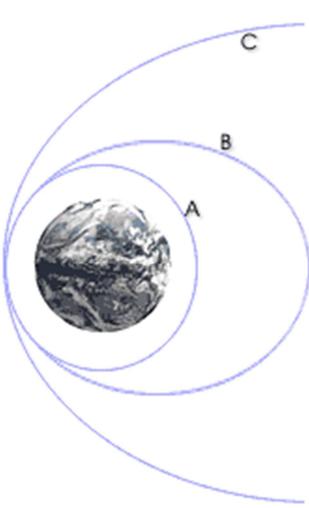
– شدة الثقالة على سطح الأرض :  $g_0 = 9,8\text{N/kg}$

نعتبر أن للشمس وللمريخ تماثلا كرويا لتوزيع الكتلة .

1 – تحديد شعاع مسار حركة المريخ وسرعته :

نعتبر أن حركة المريخ في المرجع المركزي الشمسي دائرية ، سرعتها

$v$  وشعاع مسارها  $r$  ( نهمل أبعاد المريخ أمام المسافة الفاصلة بينه وبين



المريخ وقمره

مركز الشمس ، كما نهمل القوى الأخرى المطبقة عليه أمام قوة التجاذب الكوني التي تطبقها الشمس (

1 - 1 مثل على تبيانة القوة التي تطبقها الشمس على المريخ . ( بدون سلم )

2 - 1 اكتب بدلالة  $G$  و  $M_s$  و  $M_M$  و  $r$  تعبير الشدة  $F_{s/M}$  لقوة التجاذب الكوني التي تطبقها الشمس على المريخ . ( $M_M$  تمثل كتلة المريخ )

3 - 1 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن :

1 - 3 - 1 حركة المريخ حركة دائرية منتظمة

1 - 3 - 2 العلاقة بين الدور والشعاع هي :  $\frac{T_M^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_s}$  ؛ وأن قيمة  $r$  هي :  $r \approx 2,3.10^{11} \text{ m}$

4 - 1 أوجد السرعة  $V$

2 - تحديد كتلة المريخ وشدة الثقالة على سطحه :

نعتبر أن القمر فوبوس يوجد في حركة دائرية منتظمة حول المريخ على مسافة  $z = 6000 \text{ km}$  من سطحه .

دور هذه الحركة هو  $T_p = 460 \text{ min}$  ( نهمل أبعاد فوبوس أمام باقي الأبعاد ) .

بدراسة حركة فوبوس في مرجع أصله منطبق مع مركز المريخ ، والذي نعتبره غاليليا ، أوجد :

2 - 1 الكتلة  $M_M$  للمريخ

2 - 2 شدة الثقالة  $g_{0M}$  على سطح المريخ وقارنها بالقيمة  $g_{Mex} = 3,8 \text{ N/kg}$  التي تم قياسها على سطحه باعتماد أجهزة

متطورة .

**التمرين 8 : دراسة حركة قمر اصطناعي في مجال الثقالة المنتظم ( بكالوريا 2008 الدورة الاستدراكية مسلك**

**العلوم الفيزيائية )**

زرقاء اليمامة ، قمر اصطناعي مغربي يقوم بمهام مراقبة الحدود الجغرافية للمملكة وبالتواصل والاستشعار عن بعد . وقد أنجز

هذا القمر من طرف خبراء المركز الملكي للاستشعار البعدي الفضائي بتعاون مع خبراء دوليين .

تم وضع زرقاء اليمامة في مداره يوم 10 دجنبر 2001 على ارتفاع  $h$  من سطح الأرض . ينجز هذا القمر الاصطناعي (S) حوالي 14

دورة حول الأرض في اليوم الواحد .

نفترض مسار (S) دائريا ، وندرس حركته في المرجع المركزي الأرضي .

نعتبر الأرض ذات تماثل كروي لتوزيع الكتلة .

نهمل أبعاد (S) أمام المسافة الفاصلة بينه وبين مركز الأرض .

معطيات : ثابتة التجاذب الكوني :  $G = 6,67.10^{-11} \text{ (SI)}$

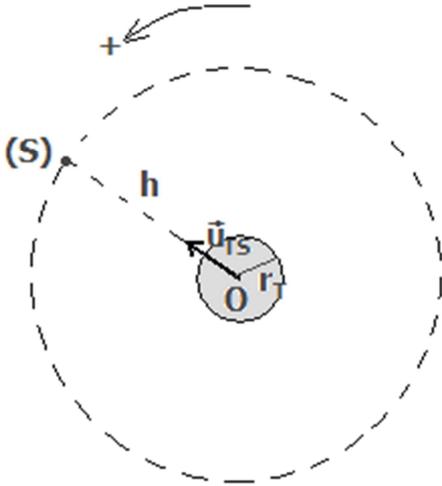
شعاع الأرض :  $r_T = 6350 \text{ km}$

شدة مجال الثقالة على سطح الأرض :  $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$

الدور  $T$  للأرض حول المحور القطبي :  $T = 84164 \text{ s}$

الارتفاع  $h$  :  $h = 1000 \text{ km}$

$\vec{u}_{TS}$  متجهة واحدة موجهة من  $O$  نحو  $S$  .



1 - أنقل تبيانة الشكل 1 ومثل عليها متجهة السرعة  $\vec{V}_S$  للقمر الاصطناعي (S)

ومثل كذلك متجهة قوة التجاذب الكوني التي تطبقها الأرض على (S) .

2 - أعط التعبير المتجهي لقوة التجاذب الكوني التي تطبقها الأرض على (S) .

3 - أكتب في أساس فريني ، تعبير متجهة التسارع لحركة (S) .

4 - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز قصور القمر الاصطناعي (S) :

4 - 1 بين أن حركة (S) دائرية منتظمة .

4 - 2 أكتب تعبير  $V_S$  بدلالة  $g_0$  و  $r_T$  و  $h$  ؛ واحسب قيمتها .

5 - بين أن كتلة الأرض هي  $M_T = 6.10^{24} \text{ kg}$

6 - بين أن القمر الاصطناعي (S) لا يبدو ساكنا بالنسبة لملاحظ أرضي .

7 - يقوم قمر اصطناعي (S') بالدوران حول الأرض بسرعة زاوية  $\omega$  بحيث يبدو ساكنا بالنسبة لملاحظ أرضي ويرسل صورا إلى

الأرض تعتمد في التوقعات الجوية .

7 - 1 أثبت العلاقة :  $\omega^2 (r_T + z)^3 = \text{Cte}$  ؛ حيث  $z$  المسافة الفاصلة بين سطح الأرض والقمر الاصطناعي .

7 - 2 أوجد قيمة  $z$  .

**التمرين 9 : مقارنة كتلة الشمس وكتلة الأرض ( بكالوريا 2008 الدورة الاستدراكية مسلك العلوم الرياضية )**

تمكن معرفة حركة الأقمار الاصطناعية حول الأرض وحركة الأرض حول الشمس من مقارنة كتلة الشمس  $m_s$  بكتلة الأرض  $m_T$

معطيات : نعتبر قمرا اصطناعيا ساكنا بالنسبة للأرض . كتلته  $m$  وشعاع مداره الدائري في المرجع المركزي الأرضي هو :

$$r = 4,22.10^{24} \text{ km}$$

– الدور المداري لحركة القمر الاصطناعي حول الأرض هو  $T$  .

– الدور المداري لحركة الأرض حول الشمس في المرجع المركزي الشمسي هو :  $T_T = 365,25 \text{ jours}$  .

– شعاع المدار الدائري لحركة مركز الأرض حول الشمس هو :  $r_T = 1,496.10^8 \text{ km}$  .

– دور دوران الأرض حول محورها القطبي هو  $T_0 = 24 \text{ heures}$  .

– نرمز ب  $G$  ثابتة التجاذب الكوني ونعتبر أن كلا من الأرض والشمس لهما توزيع تماثلي للكتلة .

نهمل تأثير الكواكب الأخرى على كل من الأرض والقمر الاصطناعي .

1 – بين أن حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة في المرجع المركزي الأرضي . واستنتج تعبير الدور  $T$  بدلالة  $G$  و  $m_T$  و  $r$  .

2 – يعبر عن القانون الثالث لكبلير بالنسبة لحركة القمر الاصطناعي حول الأرض بالعلاقة :

$$\frac{T^2}{r^3} = K \text{ حيث } K \text{ ثابتة ؛ أوجد تعبير } K \text{ بدلالة } G \text{ و } m_T .$$

3 – أوجد تعبير  $\frac{m_s}{m_T}$  بدلالة  $r$  و  $r_T$  و  $T_T$  و  $T$  . أحسب قيمتها .

### التمرين 10 (بكالوريا التعليم الثانوي دورة جوان 2008 شعبة الرياضيات وتقني رياضي من الموضوع الأول . الجمهورية الجزائرية)

يدور قمر اصطناعي كتلته  $m$  حول الأرض بحركة منتظمة مسارها دائري نصف قطره  $r$  ومركزها هو نفسه مركز الأرض 1 – مثل قوة التجاذب الكوني التي تطبقها الأرض على القمر الاصطناعي . واكتب تعبيرها بدلالة  $r, G, m, M_T$  حيث  $M_T$  كتلة الأرض ،

$m$  كتلة القمر الاصطناعي ،  $G$  ثابتة التجاذب الكوني ،  $r$  نصف قطر المسار ( البعد بين مركزي الأرض والقمر الاصطناعي )

2 – باستعمال التحليل البعدي أوجد وحدة ثابتة التجاذب الكوني  $G$  في النظام العالمي للوحدات (SI)

3 – بين أن تعبير السرعة الخطية  $v$  للقمر الاصطناعي في المرجع المركزي الأرضي هي :  $v = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}}$

4 – أكتب تعبير  $v$  بدلالة  $r$  و  $T$  حيث  $T$  دور القمر الاصطناعي .

5 – أكتب تعبير دور القمر الاصطناعي حول الأرض بدلالة  $r, G, M_T$  .

6 – أ – بين أن  $\frac{T^2}{r^3} = Cte$  بالنسبة لأي قمر يدور حول الأرض ، ثم احسب قيمتها العددية في المعلم المركزي الأرضي مع تقدير وحدتها في النظام العالمي للوحدات .

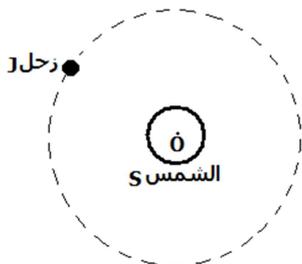
ب – إذا كان نصف قطر مسار قمر اصطناعي يدور حول الأرض  $r = 2,66.10^4 \text{ km}$  ، أحسب دور حركته .

يعطى : ثابتة التجاذب الكوني :  $G = 6,67.10^{-11} \text{ SI}$  ،  $\pi^2 = 10$  ،

كتلة الأرض :  $M_T = 5,97.10^{24} \text{ kg}$

### التمرين 11 (بكالوريا التعليم الثانوي دورة جوان 2008 شعبة الرياضيات وتقني رياضي من الموضوع الأول . الجمهورية الجزائرية)

معطيات :



الشكل 1

يدور كوكب زحل

حول الشمس على مسار دائري مركزه ينطبق على مركز قصور  $O$  للشمس ، بحركة منتظمة .

الشكل 1 .

1 – مثل القوة التي تطبقها الشمس على كوكب زحل ثم احسب قيمتها .

2 – ندرس حركة كوكب زحل في المرجع المرجعي الشمسي ( الهيليومركزي ) الذي نعتبره غاليليا .

أ – عرّف المرجع المركزي الشمسي .

- ب - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أوجد تعبير التسارع  $a$  لحركة مركز قصور الكوكب زحل .
- ج - أوجد التعبير الحرفي للسرعة  $v$  للكوكب في المرجع المختار بدلالة ثابتة التجاذب الكوني  $G$  وكتلة الشمس  $M_s$  ونصف قطر المدار  $r$  ، ثم احسب قيمتها .
- 3 - أوجد تعبير الدور  $T$  لكوكب زحل حول الشمس بدلالة نصف قطر المدار  $r$  والسرعة  $v$  ، ثم أحسب قيمته .
- 4 - استنتج تعبير القانون الثالث " لكبلير " واذكر نصه .