تصحيح موضوع العلوم الفيزيائية : شعبة العلوم الرياضية

الكيـــــــــــمياء

الجزء الأول : معايرة حمض وتصنيع إستر

1 ـ معايرة حمض الإيثانويك

1 ـ 1 المعادلة الكيميائية المنمذجة للتحول الحاصل خلال المعايرة :

$$CH_3COOH(aq) + HO^-(aq) \rightarrow CH_3COO^-(aq) + H_2O(l)$$

1 ـ 2 ـ حسب المنحنى (C_2) والذي يأخذ قيمة قصوية عند $V_B = V_{BE}$ نجد أن $V_{BE} = 20ml$

1 ـ2 حساب قيمة الكتلة m اللازمة لتحضير المحلول (S_A)

* حساب التركيز المولي للمحلول (S_A) :

لدينا عند التكافؤ حيث تتفاعل كل أيونات HO^- المضافة مع كل الحمض الإيثانويك الموجود في الكأس أي أن :

$$C_AV_A = C_BV_{BE}$$

$$C_A = C_B\frac{V_{BE}}{V_A}$$

$$\boxed{C_A = C_B = 2\times 10^{-2}mol/l}$$

* لدينا من جهة أخرى أن :

$$C_A = \frac{n_A}{V_S} = \frac{m(A)}{M.V_S}$$

$$m(A) = M.C_A.V_S$$

$$\boxed{m(A) = 60\times 2\times 10^{-2}\times 1 = 1,2g}$$

1 ـ 3 ـ لنبين أن التفاعل بين حمض الإيثانويك والماء تفاعل محدود :

لدين معادلة التفاعل بين الماء وحمض الإيثانويك :

$$CH_3COOH(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons CH_3COO^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

تقدم التفاعل هو :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$$

$$\tau = \frac{[H_3O^+]_f.V}{C_AV}$$

$$\tau = \frac{[H_3O^+]_f}{C_A}$$

من خلال المنحنى (C_1) يمكن أن نحصل على pH المحلول الحمضي قبل إضافة الصودا وهو : $pH = 3,4$

$$\boxed{\tau = \frac{10^{-3,4}}{2\times 10^{-2}} = 0,02}$$

وبالتالي فإن التفاعل بين الماء والحمض هو جد محدود .

1 ـ 4 ـ إثبات العلاقة : $V_B10^{-pH} = K_A.(V_{BE} - V_A)$

	$CH_3COOH(aq)$	+	$HO^-(aq)$	$\rightarrow$	$CH_3COO^-(aq)$	+	$H_2O(l)$
الحالة البدئية	C_AV_A		C_BV_B		0		$-$
الحالة النهائية	$C_AV_A - x_{max}$		$C_BV_B - x_{max}$		x_{max}		$-$

عند إضافة حجم V_B من محلول الصودا قبل التكافؤ فإن المتفاعل المحد هو HO^- أي أن التقدم الأقصى هو $x_{max} = C_BV_B$ وبالتالي فإن :

$$[CH_3COOH]_f = C_AV_A - C_BV_B$$

$$[CH_3COO^-]_f = C_BV_B$$

ومنه فإن :

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_f.[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

$$K_A = \frac{10^{-pH}(C_BV_B}{C_AV_A - C_BV_B}$$

وبما أن : $C_A = C_B$ فإن :

$$\boxed{K_A(V_A - V_B) = 10^{-pH}V_B}$$

لنستنتج قيمة pK_A للمزدوجة CH_3COOH/CH_3COO^-

عند إضافة الحجم $V_B = V_{BE}/2 = 10ml$ فإن $pH = 4,8$ حسب المنحنى (C_1) وحسب العلاقة :

$$pH = pK_A + log\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$$

فإن $\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 1$ وبالتالي فإن :

$$\boxed{pK_A = pH = 4,8}$$

2 ـ تصنيع إستر :

2 ـ 1 معادلة تفاعل الأسترة :

$$CH_3COOH + C_6H_5 - CH_2 - OH \rightleftharpoons CH_3COOCH_2 - C_6H_5 + H_2O$$

2 ـ 2 حساب المردود r_1 لتفاعل الأسترة :

نعلم أن مردود لتفاعل الأسترة هو :

$$r_1 = \frac{n_{exp}}{n_{th}}$$

بحيث أن $n_{th} = x_{max}$

وحسب المعطيات لدينا :

$$n_0(ac) = \frac{m_{ac}}{M_{ac}} = 0,10mol$$

$$n_0(al) = \frac{m_{al}}{M_{al}} = 0,10mol$$

وبالتالي فإن $x_{max} = 0,10mol$ و

$$n_{exp} = x_f = \frac{m_{ester}}{M_{ester}} = \frac{9,75}{150} = 0,065mol$$

وبالتالي فإن :

$$\boxed{r_1 = \frac{0,065}{0,10} = 0,65 = 65\%}$$

2 ـ 3 ـ في الحالة التي نستعمل فيها احد المتفاعلات بوفرة : $n_{al} = 0,20mol$
نعلم أن ثابتة التوازن تبقى ثابتة لأننا اشتغلنا في نفس الظروف التجريبية (نفس درجة الحرارة) أي أنه من السؤال السابق لدينا :

$$K = \frac{x_f^2}{(0,10 - x_f)^2}$$
$$K = 3,4$$

في الحالة الثانية لدينا :

$$K = \frac{x_f^2}{(0,10 - x_f)(0,20 - x_f)}$$

فنحصل على معادلة من الدرجة الثانية على الشكل التالي :

$$2,4x_f^2 - 1,02x_f + ,068 = 0$$

الحل المقبول كيميائيا هو : $x_f = 0,083mol$ ومنه فإن المردود هو :

$$\boxed{r_2 = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{0,083}{0,1} = 0,83 = 83\%}$$

مما يثبت أنه باستعمال أحد المتفاعلات بوفرة يزداد مردود التفاعل .

الجزء الثاني : دراسة عمود نيكل ـ كوبالت

من خلال المعادلة الكيميائية نلاحظ أنه :
ـ بجوار إلكترود النيكل يحدث اختزال : $Ni^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons Ni$
ـ بجوار إلكترود الكوبالت تحدث أكسدة أنودية : $Co \rightleftharpoons Co^{2+} + 2e^-$
وبالتالي فإن القطب الموجب للعمود هو Ni والقطب السالب هو Co
1 ـ الجواب الصحيح هو (د) .
2 ـ عند توازن المجموعة الكيميائية :

	$Ni^{2+}(aq)$	+	$Co(s)$	$\longrightarrow$	$Ni(s)$	+	$Co^{2+}(aq)$
الحالة البدئية	C_1V		n_0		n'_0		C_2V
الحالة النهائية	$C_1V - x_f$		$n_0 - x_f$		$n'_0 + x_f$		$C_2V + x_f$

لدينا :

$$K = \frac{[Co^{2+}]_f}{[Ni^{2+}]_f} = \frac{C_2V - x_f}{C_1V - x_f}$$
$$x_f = \frac{V(KC_1 - C_2)}{K - 1}$$

من جهة أخرى لدينا خلال مدة الاشتغال Δt تكون كمية الكهرباء الممررة من طرف العمود هي :

$$Q = I.\Delta t = n(e).\mathscr{F}$$

بحيث أن $n(e) = 2x_f$ وبالتالي فإن :

$$x_f = \frac{I.\Delta t}{2.\mathscr{F}}$$

أي أن :

$$\boxed{\Delta t = t_e - t_0 = \frac{KC_1 - C_2}{K - 1} \times \frac{2\mathscr{F}.V}{I}}$$

تطبيق عددي : $t_e = 5,26 \times 10^3 s = 1h27min44s$
3 ـ حساب التغير Δm لكتلة إلكترود النيكل خلال Δt
لدينا نصف المعادلة الموافقة للمقصورة (Ni, Ni^{2+})

	$Ni^{2+}(aq)$	$+$	$2e^-$	$\longrightarrow$	$Ni(s)$
الحالة البدئية	C_1V		0		n'_0
الحالة النهائية	$C_1V - x_f$		$2x_f$		$n'_0 + x_f$

من خلال الجدول الوصفي :

$$\Delta n'(Ni) = x_f$$

$$\Delta m = M(Ni).x_f$$

$$\boxed{\Delta m = \frac{I.\Delta t}{2.\mathscr{F}}.M(Ni)}$$

$$\Delta m = 0,16g$$

الفيـــــــــــزياء

التحولات النووية :

1 ـ 1 معادلة تفاعل الاندماج : (A)

1 ـ 2 ـ 1 طاقة الربط بالنسبة لنوية لنواة $^{235}_{92}U$

من خلال مخطط الطاقة لدينا طاقة الربط لنواة $^{235}_{92}U$ هي :

$$E_l = E(144n + 92p) - E(^{235}_{92}U)$$

$$E_l = 17,9 \times 10^2 Mev$$

وبالتالي فإن طاقة الربط بالنسبة لنوية هي :

$$\mathscr{E}(^{235}_{92}U) = \frac{E_l}{235} = 7,62 Mev/nuclon$$

1 ـ 2 ـ 2 الطاقة $|\Delta E_0|$ الناتجة عن تفاعل الانشطار :

$$|\Delta E_0| = [E_l(^{235}U) + E_l(^1n)] - [E_l(^{139}Xe + E_l(^{94}Sr + 3E_l(n)$$

$$|\Delta E_0| = 1,8 \times 10^2 MeV$$

2 ـ 1 ـ الطاقة الناتجة عن تحول الاندماج في الشمس :

$$|\Delta E| = \Delta m.c^2$$

$$|\Delta E| = 23,67455 MeV$$

$$|\Delta E| = 3,7931.10^{-12} J$$

2 ـ 2 عدد السنوات اللازمة ليستهلك كل الهيدروجين الموجود في الشمس :

* حساب كتلة الهيدروجين المكونة للشمس :

$$m(^1H) = 0,1 m_S = 2 \times 10^{29} Kg$$

* عدد التحولات النووية التي تحدث داخل الشمس خلال كل سنة :

$$N = \frac{10^{34}}{3,7931.10^{-12}} = 2,6364.10^{45}$$

* كتلة الهيدروجين اللازمة لهذه التحولات خلال سنة :

نعلم أن كتلة ذرة الهيدروجين هي : $m_H = 1,00728 \times 1,66054.10^{-27} kg = 1,67263 \times 10^{-27} kg$

الطاقة الناتجة عن اندماج أربع نوى الهيدروجين هو

$$|\Delta E| = 3,7931.10^{-12} J$$

والذي يوافق كتلة أربع نوى الهيدروجين :

$$4 \times m(H) = 6,6905 \times 10^{-27} kg$$

أي أنه في السنة :

$$m_H(anne) = 1,764 \times 10^{19} kg$$

* إذن عدد السنوات اللازمة ليستهلك كل الهيدروجين هي :

$$\frac{1}{\Delta t} = \frac{1,104 \times 10^{18}}{2 \times 10^{29}}$$

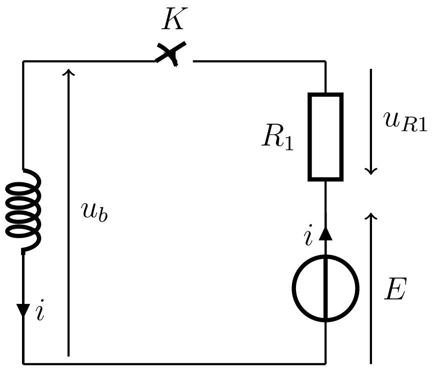
$$\Delta t = \frac{2 \times 10^{29}}{1,764 \times 10^{19}} = 1,14 \times 10^{10} ans$$

الكـــــــــــهرباء

1 ـ دراسة ثنائي القطب RL

1 ـ 1 إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_{R_1}

حسب قانون إضافية التوترات لدينا :



$$E = u_{R1} + u_{(b)} = u_{R1} + ri + L\frac{di}{dt}$$

من جهة أخرى لدينا :

$$u_{R1} = R_1 i \Rightarrow i = \frac{u_{R1}}{R_1}$$

وكذلك :

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{R_1}\frac{du_{R1}}{dt}$$

ومنه فإن المعادلة التفاضلية هي :

$$E = u_{R_1}\left(1 + \frac{r}{R_1}\right)u_{R_1} + \frac{L}{R_1}\frac{du_{R1}}{dt}$$

$$\boxed{\frac{L}{R_1 + r}\frac{u_{R_1}}{dt} + u_{R_1} = \frac{R_1 E}{R_1 + r}}$$

نضع : $\tau = \dfrac{L}{R_1 + r}$ و $U_0 = \dfrac{ER_1}{R_1 + r}$

1 ـ 2 تحديد قيمة المقاومة r

لدينا حسب المنحنى الممثل في الشكل 2 أنه في النظام الدائم $t \longrightarrow \infty$ لدينا : $u_{R_1} = U_{R1max} = 10,4V$
و $U_{R1max} = U_0$ ةبالتالي فإن

$$U_{R1max} = \frac{ER_1}{R_1 + r}$$

$$r = \frac{ER_1}{U_{R1max}} - R_1$$

$$\boxed{r = 8\Omega}$$

1 ـ 3 التحقق من قيمة L :

لدينا : $\tau = \dfrac{L}{R_1 + r}$ وحشب المنحنى فإن $\tau = 10ms$ أي أن :

$$L = \tau(R_1 + r)$$

$$\boxed{L = 0,6H}$$

2 ـ دراسة ثنائي القطب RC و RLC

2 ـ 1 دراسة ثنائي القطب RC

2 ـ 1 ـ 1 حساب قيمة المقاومة للموصل الأومي R_0

حسب المنحنى الممثل ل $u_{AB} = f(t)$ وهو عبارة عن دالة خطية معادلتها تطتب على الشكل التالي :

$$u_{AB}(t) = 2 + K.t$$

وحسب قانون إضافية التوترات بالنسبة للدارة الموافقة للشكل 3 وعند غلق قاطع التيار K_1 لدينا :

$$u_{AB} = u_{R_0} + u_C$$

$$u_{AB} = R_0 I_0 + \frac{I_0}{C}.t$$

بحيث أن : $u_C(t) = \frac{q}{C} = \frac{I_0 t}{C}$

وحسب المنحنى عند t=0 لدينا : $u_{AB} = 2V$ و أن $u_{AB} = R_0 I_0$ وبالتالي فإن :

$$R_0 = \frac{u_{AB}(t=0)}{I_0} = \frac{2}{4 \times 10^{-6}} = 500k\Omega$$

2 ـ 1 ـ 2 ـ حساب قيمة السعة C للمكثف :

حسب المنحنى لدينا عند t=10s يكون التوتر $u_{AB} = 6V$ وحسب المعادلة الزمنية لدينا :

$$u_{AB}(t=10) - 2 = \frac{I_0 \times 10}{C}$$

$$C = \frac{4 \times 10^{-6} \times 10}{4} = 10\mu F$$

2 ـ 2 دراسة ثنائي القطب RLC

2 ـ 2 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة $q(t)$

حسب قانون إضافية التوترات لدينا :

$$u_C + u_R + u_b = 0$$

$$\frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} + r\frac{dq}{dt} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \left(\frac{R+r}{L}\right)\frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0}$$

2 ـ 2 ـ 2 ـ التعبير عن dE_t/dt

$$E_t = E_C + E_B$$

$$E_t = \frac{1}{2C}q^2 + \frac{1}{2}L\left(\frac{dq}{dt}\right)^2$$

$$\frac{dE_t}{dt} = \dot{q}\left(\frac{1}{C}q + L\ddot{q}\right)$$

$$\frac{dE_t}{dt} = -\dot{q}^2(R+r)$$

$$\boxed{\frac{dE_t}{dt} = -(R+r)i^2}$$

2 ـ 2 ـ 3 ـ لنبين أن $U_0 = -\frac{L}{R}\left(\frac{du_R}{dt}\right)$

عند اللحظة $t=0$ المماس T_1 للمنحنى هو عبارة عن مستقيم يمر من أضل المعلم الموجه سالب .

$$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = R\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0}$$

ولدينا كذلك عند اللحظة $t=0$:

$$u_C(0) + u_R(0) + u_b(0) = 0$$

$$U_0 + 0 + 0 + L\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = 0$$

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{U_0}{L}$$

ومنه فإن :

$$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{R}{L}U_0$$

$$\boxed{U_0 = -\frac{L}{R}\left(\frac{du_R}{dt}\right)}$$

حساب قيمة U_0

لدينا في المجال $[0, 2.5ms]$ أن $\Delta(u_r) = -0.5 \times 4$ أي أن :

$$U_0 = -\frac{0,6}{40} \times \left(\frac{-0.5 \times 4}{2.5 \times 10^{-3}}\right) = 12V$$

2 ـ 2 ـ 4 ـ حساب الطاقة المبددة بين اللحظتين $t=0$ و $t=t_1$

لدينا الطاقة المبددة بين اللحظتين هي :

$$|E_j| = E_t(t=0) - E_t(t=t_1)$$

الطاقة الكلية عند اللحظة $t=0$ هي : $E_t(t=0) = \frac{1}{2}C.U_{0^2}$

الطاقة الكلية عند اللحظة $t=t_1$ هي :

$$E_t(t=t_1) = \frac{1}{2}Cu_C(t=t_1) + \frac{1}{2}Li(t=t_1)^2$$

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C(t=t_1) = -(R+r).i(t=t_1) = -(R+r)\left(\frac{u_R(t_1)}{R}\right)$$

وبالتالي فإن :

$$|E_j| = \frac{1}{2}CU_0^2 - \left[\frac{1}{2}C(R+r)^2\left(\frac{u_R(t_1)}{R}\right)^2 + \frac{1}{2}L\left(\frac{u_R(t_1)}{R}\right)^2\right]$$

$$\boxed{|E_j| = \frac{1}{2}CU_0^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{u_R(t_1)}{R}\right)^2\left[L + C(R+r)^2\right]}$$

$$|E_j| = 6,7.10^{-4}J$$

3 ـ تضمين الوسع لإشارة جيبية :

3 ـ 1 تعبير التوتر $u_s(t)$

لدينا توتر الخروج $u_s(t)$ يكتب على الشكل التالي :

$$u_s(t) = k.u_1(t).u_2(t)$$

$$u_s(t) = k\left[U_0 + S_m cos(2\pi f_s.t)\right].U_m cos(2\pi F_p.t)$$

$$u_s(t) = k.U_0 U_m cos(2\pi F_p t) + k.S_m U_m cos(2\pi.f_s.t).cos(2\pi.F_p t)$$

حسب العلاقة المثلثية لدينا :

$$cos(2\pi.f_s.t).cos(2\pi.F_p t) = \frac{1}{2}\left[cos(2\pi(f_s + F_p).t) + cos(2\pi(F_p - f_s).t)\right]$$

وبالتالي نحصل على التعبير التالي :

$$u_s(t) = k.U_0 U_m cos(2\pi F_p t) + \frac{k.S_m.U_m}{2}\left[cos2\pi(F_p + f_s) + cos2\pi(F_p - f_s)\right]$$

نضع : $A = kU_0S_m$ و $m = \dfrac{S_m}{U_0}$ فنحصل على التعبير التالي :

$$u_s(t) = k.U_m.U_0 cos(2\pi F_p t) + \frac{k.S_m.U_m}{2}\left[cos2\pi(F_p + f_s) + cos2\pi(F_p - f_s)\right]$$

$$\boxed{u_s(t) = Acos(2\pi F_p t) + \frac{A.m}{2}cos2\pi(F_p + f_s) + \frac{A/m}{2}cos2\pi(F_p - f_s)}$$

بحيث أن : $f_1 = F_p + f_s$ و $f_3 = F_p - f_s$ و $f_2 = F_p$

3 ـ 2 حساب m و f_s :

لدينا حسب منحنيات الشكل 7 : $A = 2$ و $\dfrac{A.m}{2} = 0.5$ أي أن :

$$m = 0.5$$

و من جهة أخرى : $F_p = 6kHz$ و $F_p + f_s = 6,5kHz$ و $F_p - f_s = 5,5kHz$ أي أن $f_s = 0,5kHz$

وبالتالي فإن التظمين جيد .

3 ـ 3 تحديد قيمة C_0

تتكون دارة السدادة من وشيعة معامل تحريضها L_0 ومكتفين مركبين على التوالي ، نعتبر C_{eq} المكثف المكافئ لهذين المكثفين لكي يتم انتقاء الموجة المضمنة يجب أن يكون تردد دارة الانتقاء مساوي للتردد الموجة المضمنة أي أن :

$$f_0 = F_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C_{eq}}}$$

أي أن :

$$C_{eq} = \frac{1}{4\pi^2 L_0.F_p^2}$$

$$C_{eq} = 1,17 \times 10^{-8} F$$

من جهة أخرى لدينا :

$$C_{eq} = \frac{C_0.C}{C_0 + C}$$

$$C_0 = \frac{C_{eq}.C}{C - C_{eq}}$$

$$C_0 = \frac{1,17\times10^{-8}\times10^{-6}}{10\times10^{-6}-1,7\times10^{-6}}$$
$$C_0 = 11,7nF$$

الميكانيـــــك

الجزء الأول : دراسة السقوط الرأسي بالاحتكاك لكرية .

1 ـ المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة G للكرية :

نطبق القانون الثاني لنيوتن :

الكرية تخضع للقوى التالية : الوزن ، دافعة أرخميدس ، قوة الاحتكاك المائع . العلاقة المتجهية حسب القانون الثاني هي :

$$\vec{P}+\vec{F}+\vec{f}=m.\vec{a}$$

نسقط هذه العلاقة على المحور Oz الموجه نحو الأسفل كما في الشكل المرفوق بالموضوع :

$$mg-\rho_s V_s g-\lambda.v = m.\frac{dv}{dt}$$
$$g\left(1-\frac{\rho_l}{\rho_{\ s}}\right)-\frac{\lambda}{\rho_s.V_s}=\frac{dv}{dt}$$
$$\frac{dv}{dt}+\frac{\lambda}{\rho_s.V_s}=g\left(1-\frac{\rho_l}{\rho_{\ s}}\right)$$
$$\boxed{\frac{dv}{dt}=A-B.v}$$

بحيث أن :

$$A=g\left(1-\frac{\rho_l}{\rho_{\ s}}\right)\qquad B=\frac{\lambda}{\rho_s.V_s}=\frac{1}{\tau}$$

2 ـ القيمة a_0 للتسارع عند $t=0$

عند $t=0$ حسب المعطيات : $v_0=0$ وحسب المعادلة التفاضلية أن :

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0}=a_0=A=8,33m/s^2$$

3 ـ القيمة v_l السرعة الحدية للكرية :

لدينا في النظام الدائم : $v=Cte=v_l$ أي أن $\frac{dv}{dt}=0$ ومنه فإن :

$$A-Bv_l=0$$

بحيث أن $B=12,4SI$

$$v_l=\frac{A}{B}=0,672m/s$$

4 ـ باعتماد طريقة أولير نبين أن $\frac{v_2}{v_1}=2-\frac{\Delta t}{\tau}$

عند $t_0=0$ لدينا

$$v_0=0\qquad a_0=A$$

عند $t_1=t_0+\Delta t$ لدينا

$$v_1=a_0.\Delta t\qquad(1)\qquad a_1=A-\frac{1}{\tau}.v_1\qquad(2)$$

عند $t_2=t_1+\Delta t$ لدينا

$$v_2=v_1+a_1.\Delta t\qquad\Longrightarrow v_2-v_1=a_1\Delta t\qquad(3)$$
$$(3)-(1)\Longrightarrow v_2-2v_1=(a_1-a_0).\Delta t$$

وباعتماد العلاقة (2) لدينا :

$$v_2 - 2v_1 = -\frac{1}{\tau}v_1\Delta t$$

ومنه فإن :

$$\boxed{\frac{v_2}{v_1} = 2 - \frac{1}{\tau}\Delta t}$$

حساب v_1 من العلاقة (1) لدينا :

$$v_1 = a_0\Delta t$$

$$v_1 = 6,67.10^{-2}m/s$$

حساب v_2 من العلاقة الأخيرة :

$$v_2 = v_1\left(2 - \frac{1}{\tau}.\Delta t\right)$$

$$v_2 = 0,13m/s$$

5 ـ حساب قيمة t_l :

$$v(t = t_l) = 0,99v_l$$

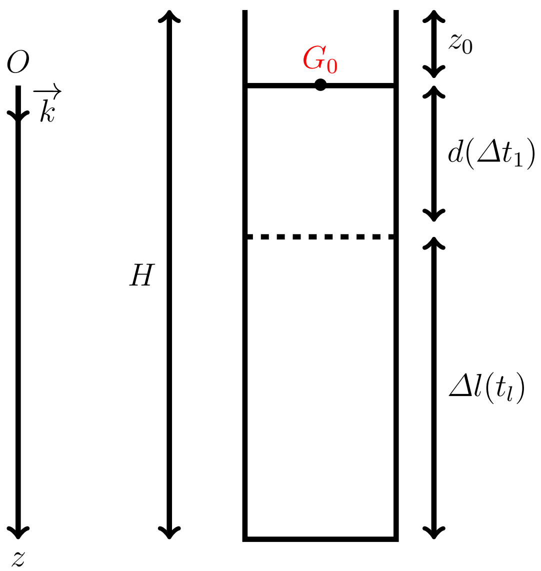
نعوض في حل المعادلة التفاضلية :

$$0,99v_l = v_l\left(1 - exp(-\frac{t_l}{\tau})\right)$$

$$0,99 = 1 - exp(-\frac{t_l}{\tau})$$

$$t_l = -\tau Ln(1 - 0,99) = 0,37s$$

6 ـ حساب المسافة d
لدينا حسب الشكل جانبه :



$$H = \Delta l + (d + z_0)$$

$$d = H - (\Delta l + z_0)$$

ولدينا كذلك :

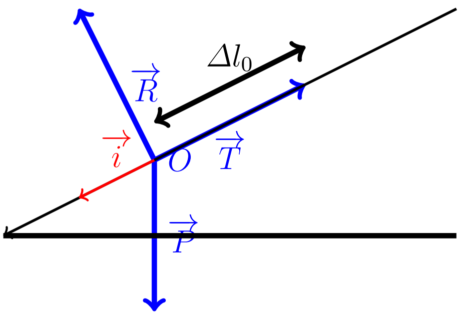
$$\Delta t_f = t_l + \Delta t_1$$

بحيث أن Δt_1 المدة الزمنية المستغرقة خلال النظام الانتقالي .
من جهة أخرى وفي النظام الدائم : $\Delta l = v_l.(\Delta t_f - t_l)$
ومنه فإن :

$$d = H - [v_l(\Delta t_f - t_l) + z_0]$$

$$d = 0,248m$$

الجزء الثاني : الدراسة الطاقية لنواس مرن .
1 ـ تعبير الإطالة Δl_0



عند التوازن لدينا :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$$

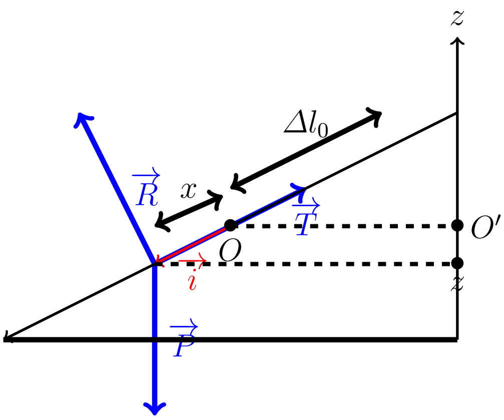
نسقط العلاقة المتجهية على $x'Ox$:

$$-K\Delta l_0 + mgsin\alpha = 0$$

$$\boxed{\Delta l_0 = \frac{mgsin\alpha}{K}}$$

2 ـ 1 ـ تعبير طاقة الوضع للمجموعة (نابض ـ جسم ـ أرض) :
* طاقة الوضع الثقالية :

$$E_{pp} = mg(z - z_{ref})$$



الحالة المرجعية : $Epp(O) = 0$ عند $z_{ref} = 0$ المحور Oz موجه نحو الأعلى ومركزه O' توجد على نفس المستقيم الأفقي الذي يضم O .
من جهة أخرى لدينا $z = -xsin\alpha$

$$\boxed{E_{pp} = -mgxsin\alpha}$$

* ـ طاقة الوضع المرنة :

$$E_{pe} = \frac{1}{2}K\Delta l^2 + Cte$$

بحيث أن $\Delta l = \Delta l_0 + x$

الحالة المرجعية : $E_{pe}(O) = 0$ عند $x = 0$ أي أن $Cte = -\frac{1}{2}K\Delta l_{0^2}$ وبالتالي فإن :

$$E_{pe} = \frac{1}{2}K\left(\Delta l_0 + x\right) - \frac{1}{2}K\Delta l_0^2$$

$$\boxed{\frac{1}{2}Kx^2 + K\Delta l_0 x}$$

وبالتالي فإن طاقة الوضع للمجموعة هي :

$$E_p = -mgsin\alpha + \frac{1}{2}Kx^2 + K\Delta l_0 x$$

$$E_p = x(mgsin\alpha + K\Delta l_0) + \frac{1}{2}Kx^2$$

عند التوازن لدينا :

$$mgsin\alpha + K\Delta l_0 = 0$$

أي أن :

$$\boxed{E_p = \frac{1}{2}Kx^2}$$

2 ـ 2 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول x
نعلم أن الطاقة الميكانيكية للمجموعة تكتب على الشكل التالي :

$$E_m = E_p + E_c \Rightarrow E_m = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2$$

وبما أن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية :

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow Kx\dot{x} + m\dot{x}\ddot{x} = 0$$

$$\dot{x} \neq 0$$

$$\boxed{\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0}$$

2 ـ 3 ـ 1 تحديد قيمة كل من الصلابة K و الوسع X_m و الطور φ

* تحديد الصلابة K

نعلم أن الدور الخاص للمتذبذب هو : $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$ أي أن :

$$K = \frac{4\pi^2.m}{T_0^2}$$

ونعلم أن العلاقة بين الدةر الخاص T_0 ودور طاقة الوضع للمتذبذب هو : $T = \dfrac{T_0}{2}$ أي أن $T_0 = 2T$ وبالتالي فإن :

$$\boxed{K = \frac{\pi^2.m}{T^2}}$$

وحسب المنحنى الممثل ل $E_p = f(t)$ لدينا $T = 0,2s$ أي أن :

$$K = 25N/m$$

* تحديد الوسع X_m

طاقة الوضع تكون قصوية حسب المنحنى : $E_{pmax} = 5mJ$ من جهة أخرى لدينا :

$$E_{pmax} = \frac{1}{2}KX_m^2$$

$$\boxed{X_m = \sqrt{\frac{2E_{pmax}}{K}}}$$

$$X_m = 2cm$$

* تحديد الطور φ

لدينا عند $t = 0$ أن $E_p(t=0) = 2,5/2mJ$ من جهة أخرى : $E_p(t=0) = \dfrac{1}{2}KX_0^2$ أي أن :

$$X_0 = 10^{-2}m = 1cm$$

وحسب حل المعادلة التفاضلية عند اللحظة $t = 0$ لدينا :

$$X_0 = X_m Cos\varphi$$

$$\boxed{Cos\varphi = \frac{X_0}{X_m}}$$

$$Cos\varphi = 0,5 \Rightarrow \varphi = \pi/3rad$$

2 ـ 3 ـ 2 ـ تعبير السرعة V_0

نعلم أن الطاقة الميكانيكية للمتذبذب :

$$E_m = E_p + E_c$$

$$\frac{1}{2}KX_m^2 = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}mV^2$$

عند اللحظة $t = 0$ وبما أن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية :

$$\frac{1}{2}KX_m^2 = \frac{1}{2}KX^0 + \frac{1}{2}mV_0^2$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{K}{m}\left(X_m^2 - X_0^2\right)}$$

وحسب المعطيات لدينا $X_0 = X_m/2$ أي أن :

$$V_0 = \sqrt{\frac{K}{m}\left(X_m^2 - \frac{X_m^2}{4}\right)}$$

$$\boxed{V_0 = \frac{X_m}{2}\sqrt{\frac{3K}{m}}}$$

أنتهى التصحيح : مقترح من طرف ذ . علال محداد . بتاريخ 26 يونيو 2015 .