CHIMIE

Partie I : Étude d'une solution aqueuse d'acide méthanoïque

1. Détermination du pK_A du couple $HCOOH(aq)/HCOO^-(aq)$ par dosage

1. 1. L'équation de la réaction de dosage :

Les couples acide-base qui interviennent au cours de cette transformation : $HCOOH(aq)/HCOO^-(aq)$ et $HO^-(aq)/H_2O(l)$. C'est une transformation totale ou non limitée :

$$HCOOH(aq) + HO^-(aq) \longrightarrow HCOO^-(aq) + H_2O(l)$$

1. 2. Le volume V_{BE} versé à l'équivalence :

D'après la courbe du dosage ; la fonction $\frac{dpH}{dV_B}$ a un maximum à l'abscisse $V_B = V_{BE}$, donc

$$V_{BE} = 20ml$$

En déduire la concentration C de la solution (S) :

À l'équivalence le mélange est stœchiométrique i.e que

$$n_i(HCOOH) = n_E(HO^-)$$

$$C.V_A = C_B.V_{BE}$$

$$C = C_B.\frac{V_{BE}}{V_A}$$

$$C = 4.10^{-2} mol/l$$

1. 3. On vérifie la valeur de pourcentage p :

D'après la relation de la dilution , nous avons :

$$C_0V_0 = C.V_S$$

$$C_0 = \frac{CV_S}{V_0}$$

d'autre part

$$C_0 = \frac{n_0(HCOOH)}{V} = \frac{m(HCOOH}{M(HCOOH).V}$$

$$C_0 = \frac{p.m_s(HCOOH)}{M.V} = \frac{p.d.\rho_{eau}.V}{M.V}$$

$$C_0 = \frac{p.d.\rho_{eau}}{M}$$

avec $\rho_{eau} = 1g/ml$

$$p = \frac{C.V_s.M}{V_0.d.\rho_{eau}}$$

$$p = \frac{4 \times 10^{-2} \times 1 \times 46}{1 \times 1.15 \times 2} = 0.8 = 80\%$$

1. 4. le tableau d'avancement :

Équation	$HCOOH(aq)$	$+ HO^-(aq)$	$\longrightarrow HCOO^-(aq)$	$+ H_2O(l)$
E.I	$C.V_A$	C_BV_B	0	excès
E.F	$CV_A - x_f$	$C_BV_B - x_f$	x_f	excès

Au cours d'un dosage la réaction est limitée dans le cas où $V_B < V_{BE}$ c'est notre cas , le réactif limitant est HO^- , donc $x_{max} = C_B V_B$. nous avons aussi pour $V_B = 16ml$ le $pH = 4,4$ d'après la courbe de dosage .

* L'espèce prédominante : on calcule le rapport $\dfrac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$

$$\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{C_B V_B / V_t}{(CV_A - C_B V_B)/V_t}$$

$$\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{C_B V_B}{(CV_A - C_B V_B)}$$

$$\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = 4$$

donc $[HCOO^-]$ est plus grande que $[HCOOH]$ de 4 fois et l'espèce prédominante est $HCOO^-$

* calcul du pK_A :

D'après la relation : $pH = pK_A + log\left(\dfrac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}\right)$, nous avons :

$$pK_A = pH - log\left(\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}\right)$$

$$pK_A = 4,4 - log(4)$$

$$pK_A = 3,79 \approx 3,8$$

2. Détermination du pK_A du couple $HCOOH(aq)/HCOO^-(aq)$ par conductimetrie

2. 1. L'équation de la réaction chimique de l'acide méthanoïque et l'eau :

Les couples acide-base qui interviennent au cours de cette transformation : $HCOOH(aq)/HCOO^-(aq)$ et $H_3O^+(aq)/H_2O(l)$. C'est une transformation limitée ou non totale :

$$HCOOH(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons HCOO^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

2. 2. l'expression de l'avancement final x_f

Équation	$HCOOH(aq)$	$+ H_2O(l) \rightleftharpoons$	$HCOO^-(aq)$	$+ H_3O^+(aq)$
E.I	$C.V_1$	excès	0	0
E.F	$CV_1 - x_f$	excès	x_f	x_f

Les ions qui existent dans la solution sont : $HCOO^-$; H_3O^+ et HO^-
D'après les données , on néglige l'influence de HO^- sur la conductivité .
La conductivité de la solution est donnée par la relation suivante :

$$\sigma = \lambda_{H_3O^+}.[H_3O^+]_f + \lambda_{HCOO^-}.[HCOO^-]_f$$

nous avons : $[H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \dfrac{x_f}{V_1}$

$$\sigma = \frac{x_f}{V_1}\left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}\right)$$

$$x_f = \frac{\sigma.V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$$

2. 3. le taux d'avancement final τ :

Nous avons :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$$

$$\tau = \frac{\sigma.V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}.\frac{1}{C.V_1}$$

$$\tau = \frac{\sigma}{C(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-})}$$

avec $C = 40 mol/m^3$

$$\tau = 0,062 = 6,2\%$$

Partie II : Préparation d'un ester

1. La proposition juste est (b) .

Justification : (a) est faux car l'ester est un produit de la réaction d'estérification donc sa quantité augmente

(c) est faux car le quotient de la réaction au cours de la réaction d'estérification augmente lorsqu'on élimine l'eau

(d) La vitesse volumique de la réaction passe d'une valeur maximale à t=0 à une valeur nulle lorsque l'équilibre est atteint $x = x_f = cte$ Pour (b) est vrai un catalyseur accélère la réaction i.e que l'état d'équilibre est atteint dans un temps plus petit que celui en absence de catalyseur donc $t_{1/2}$ diminue lors de l'utilisation d'un catalyseur .

2. l'équation de la réaction :

$$\underset{\text{acide méthanoïque}}{H-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-OH} + \underset{\text{propanol}}{CH_3-CH_2-CH_2-OH} \rightleftharpoons \underset{\text{méthanoate de propyle}}{H-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-O-CH_2-CH_2-CH_3} + \underset{\text{eau}}{H_2O}$$

3. On montre que l'état d'équilibre n'est pas atteint à l'instant où la masse de l'acide qui reste est $6,9g$

On calcule x_{eq} lorsque l'équilibre est atteint :

$$x_{eq} = r.x_{max} = 0,67 \times 0,2 = 0,134 mol$$

À l'instant t l'avancement de la réaction est x , et la masse de l'acide qui reste est 6,9g i.e que $n_t(acide) = \frac{m}{M} = \frac{6,9}{46} = 0,15 mol$ d'où $x_t = 0,2 - 0,15 = 0,05 mol$

donc $x_t < x_f$ i.e que l'équilibre à cet instant n'est pas encore atteint .

PHYSIQUE

Les ondes

Diffraction d'une lumière monochromatique et niveau d'énergie d'un atome

1. **Diffraction de la lumière monochromatique émise par un laser hélium-néon :**

1. 1. la proposition juste est (c) .
Justification : On fait le calcul de $\nu = \frac{c}{\lambda} = 4,730 \times 10^{14} Hz$.
Pour les autres propositions sont fausses

1. 2. On sait que l'écart angulaire θ est donné par la relation : $\theta = \frac{\lambda}{a}$ et aussi d'après la figure 1 , nous avons :

$$tan\theta = \frac{l}{2D}$$

et puisque θ est très petit , alors $tan\theta \approx \theta$, donc $\theta = \frac{l}{2D}$

$$a = \frac{2\lambda D}{l}$$

Application numérique :

$$a = \frac{2 \times 633 \times 10^{-9} \times 1,5}{3,4 \times 10^{-2}} = 55,85 \times 10^{-6} m$$

1. 3. * La modification de la distance D n'a pas d'influence sur l'écart angulaire i.e que

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

$$\theta = \frac{633 \times 10^{-9}}{55,85 \times 10^{-6}} = 0,0113 rad$$

* Pour la largeur de la tache centrale est :

$$l' = \frac{2\lambda D'}{a} = 2.l$$

$$l' = 6,8cm$$

2. **Étude de la radiation émise par Laser He-Ne**

2. 1. L'énergie du photon associée à la lumière rouge émise :

$$\Delta E = \frac{h.c}{\lambda}$$

$$\Delta E = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{633 \times 10^{-9}} = \frac{3,157 \times 10^{-18} J}{1,6022 \times 10^{-19} J/eV} = 1,96 eV$$

2. 2. On fait un calcul de toutes les possibilités de $E_n - E_p = 1,96eV$ la seule qu'on trouve est pour $E_n 20,66eV$ et $E_p = 18,37eV$

L'électricité

1. **Charge d'un condensateur et sa décharge dans un conducteur ohmique**

1. 1. Nous savons que : $q(t) = C.u_{AB}(t)$. En exploitant le graphe de la figure 2 , qui est une droite qui passe par l'origine et qui représente l'évolution de la charge du condensateur en fonction de la tension aux bornes du condensateur où C est le coefficient directeur de cette droite , tel que

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta u_{AB}} = \frac{(0,04-0)\times 10^{-6}}{2-0} = 20nF$$

1. 2. On sait que que pour un générateur de courant que $I_0 = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$ i.e que $\Delta t = \dfrac{\Delta q}{I_0}$
Pour $u_{AB} = 6V$ nous avons d'après la courbe de la figure 2 nous avons $\Delta q = 0,12\mu C$, d'où

$$\Delta t = \frac{0,12\times 10^{-6}}{0,1\times 10^{-6}} = 1,2s$$

1. 3. $u_{AB} = U_0$ et l'interrupteur est dans la position (2) :
1.3.1 L'équation différentielle vérifiée par la tension u_{AB}

D'après la loi d'additivité des tensions , on a :

$$u_{AB} + u_R = 0$$

et d'après la loi d'ohm : $u_R = R.i = RC\dfrac{du_{AB}}{dt}$

$$\boxed{RC\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0} \quad (1)$$

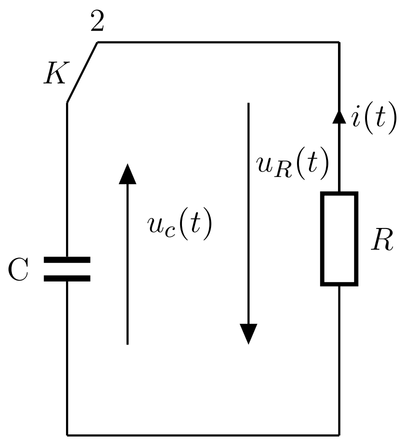


figure 4

1.3.2 La solution de l'équation (1) est $u_{AB} = U_0 e^{-\alpha.t}$, elle la vérifie :

$$\frac{du_{AB}}{dt} = -\alpha U_0 e^{-\alpha.t}$$

$$U_0 e^{-\alpha.t}(-RC\alpha + 1) = 0$$

$$\alpha = \frac{1}{RC}$$

$$u_{AB} = U_0 e^{-\frac{1}{RC}.t}$$

$$Ln(u_{AB}) = ln(U_0) - \frac{1}{RC}.t$$

C'est l'équation de la droite représentée à la figure 3 ; son coefficient directeur est

$$-\frac{1}{RC} = \frac{1-2,5}{3\times 10^{-5}-0} = -0,5\times 10^{5} V/s$$

$$RC = 2 \times 10^{-5}$$

d'où la valeur de R :

$$R = \frac{2 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-8}} = 1k\Omega$$

La valeur de U_0 ; à l'origine des temps on a $Ln(u_{AB}) = Ln(U_0) = 2,5$

$$U_0 = e^{2,5} = 12,2V$$

1.3.3 La date t_1, où $E_e(t_1) = 0,37.E_e(t_0)$

$$\frac{1}{2}C.u_{AB}(t_1)^2 = 0,37.\frac{1}{2}C.U_0^2$$

$$u(t_1) = \sqrt{0,37}.U_0$$

$$u_{t_1} = 7,42V$$

dans l'équation de la droite : $Ln(u(t)) = -0,5 \times 10^5.t + 2,5$ on aura :

$$t_1 = \frac{2 - 2,5}{-0,5 \times 10^5} = 10^{-5}s$$

2. **Décharge du condensateur dans une bobine**

2. 1. L'équation différentielle vérifiée par u_{R_0} :

D'après la loi d'additivité des tensions , on a :

$$u_{AB} + u_{R_0} + u_b = 0$$

$$u_{AB} + u_{R_0} + r.i = L\frac{di}{dt} = 0$$

On dérive cette équation par rapport au temps :

$$\frac{du_{AB}}{dt} + \frac{du_{R_0}}{dt} + r\frac{di}{dt} + L.\frac{d^2i}{dt^2}$$

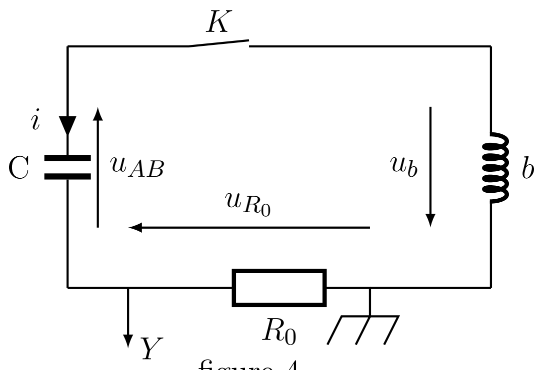


figure 4

Sachant que $u_{R_0} = R_0.i$ i.e que $i = \frac{1}{R_0}.u_{R_0}$ et d'autre part $i = C.\frac{du_{AB}}{dt}$ i.e que $\frac{du_{AB}}{dt} = \frac{1}{C}.i$
d'où l'équation différentielle sera :

$$\frac{1}{R_0C}u_{R_0} + \frac{du_{R_0}}{dt} + \frac{r}{R_0}\frac{du_{R_0}}{dt} + \frac{L}{u_{R_0}}\frac{d^2u_{R_0}}{dt^2} = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2u_{R_0}}{dt^2} + \frac{(R_0 + r)}{L}\frac{du_{R_0}}{dt} + \frac{1}{LC}u_{R_0} = 0}$$

2.2.1 calcul de la valeur de k :
Lorsqu'on insert le générateur G dans le circuit l'équation différentielle deviendra :

$$L.\frac{d^2u_{R_0}}{dt^2} + (R_0 + r)\frac{du_{R_0}}{dt} + \frac{1}{C}u_{R_0} = k.\frac{du_{R_0}}{dt}$$

la dérivée de i(t) est par ce que cette équation est obtenue en dérivant l'équation qui est inspirée de la loi d'additivité des tensions , avec $i = \frac{1}{R_0}.u_{R_0}$ et $\frac{di}{dt} = \frac{1}{R_0}.\frac{du_{R_0}}{dt}$

$$L.\frac{d^2u_{R_0}}{dt^2} + (R_0 + r - k)\frac{du_{R_0}}{dt} + \frac{1}{C}u_{R_0} = 0$$

Pour que les oscillations soient sinusoïdale il faut que :

$$R_0 + r - k = 0$$

$$r = k - R_0 = 8\Omega$$

2.2.2 Oscillation entretenues , il y a conservation de l'énergie totale dans le circuit i.e que

$$E_t = E_{mmax} = E_{emax} = 10^{-6} J$$

d'après le graphe de la figure 5 aussi on peut déduire la période propre des oscillation sachant que $T_0 = 2T = 0,5ms$ où T est le période de l'énergie magnétique $E_m(t)$
* calcul de L

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$L = \frac{T_0^2}{4.\pi^2.C} \approx 0,3H$$

* calcul de U_{Cmaw}

$$E_t = \frac{1}{2} C U_{Cmax}^2$$

$$U_{cmax} = \sqrt{\frac{2.E_{mmax}}{C}}$$

$$U_{cmax} = 10V$$

3. **Réception d'une onde électromagnétique**

3. 1. la proposition juste est (d)

3. 2. Pour recevoir l'onde de fréquence N_0 il faut que $N = N_0$ où N est la fréquence du circuit d'accord

$$N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$C = \frac{1}{4.\pi^2.L.N^2}$$

$$C = 20nF = C_0$$

donc le circuit peut recevoir l'onde de fréquence N_0

3. 3. le montage des deux condensateur en parallèle est équivalent à un condensateur $C_e = C + C_x$

Pour avoir une bonne détection d'enveloppe, il faut que :

$$T_p << \tau < T_s$$

donc :

$$\frac{1}{N_0} << R.C_e < \frac{1}{N_1}$$

$$\frac{1}{R.N_0} << C_e < \frac{1}{R.N_1}$$

$$\frac{1}{R.N_0} << C + C_x < \frac{1}{R.N_1}$$

$$\frac{1}{R.N_0} - C << C_x < \frac{1}{R.N_1} - C$$

$$5nF << C_x < 230nF$$

Mécanique

Partie I : Étude de mouvement de chute de deux corps

1. **Étude de chute d'un corps avec frottement ;**

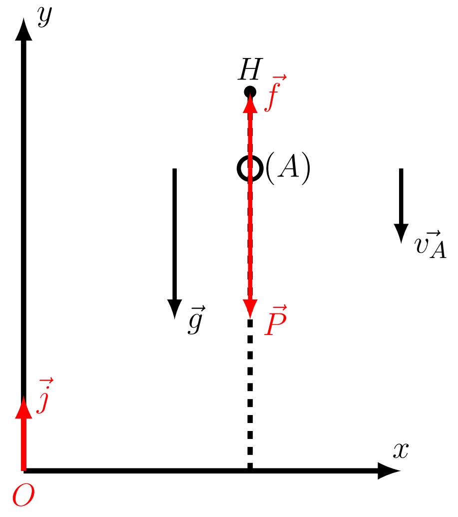
1. 1. L'équation différentielle du mouvement vérifiée par $v_{Ay}(t)$

On applique la deuxième loi de Newton :

$$\vec{P}+\vec{f}=m.\vec{a_G}$$

avec $\vec{f}=-k.\vec{v}$ i.e que $f_y=f=k.v_A$ avec $v_A=-v_{Ay}$ car v_A est une valeur algébrique qu'est ici négative

On projette sur Oy nous avons :



$$f_y+P_y=ma_y$$

$$-kv_{Ay}-m.g=m\frac{dv_{Ay}}{dt}$$

$$\frac{dv_{Ay}}{dt}+\frac{k}{m}v_{Ay}+g=0$$

on pose $\frac{k}{m}=\frac{1}{\tau}$ et $\tau=\frac{k}{m}$ nous aurons :

$$\boxed{\frac{dv_{Ay}}{dt}+\frac{1}{\tau}v_{Ay}+g=0}$$

1. 2. * on détermine la valeur de τ ;

au régime permanent nous avons : $\frac{dv_{Ay}}{dt}=0$ i.e que

$$\frac{1}{\tau}V_{lim}=-g$$

$$\tau=-\frac{V_{lim}}{g}$$

d'après le graphe de la figure 2 on a : $V_{lim}=-1m/s$ donc

$$\boxed{\tau=0,1s}$$

* on déduire k :

$$\tau=\frac{m}{k}$$

$$k=\frac{m}{\tau}$$

$$\boxed{k=\frac{0,5}{0,1}=5kg/s}$$

1. 3. La méthode d'Euler

à l'instant t_i on a :

$$v_{Ay}(t_i)=v_{Ay}(t_{i-1})+a(t_{i-1}).\Delta t \quad (1)$$

et aussi

$$a(t_{i-1}) = -10v_{Ay}(t_{i-1}) - 10 \quad (2)$$

$$v_{Ay}(t_{i-1}) = -\frac{a(t_{i-1})}{10} - 1 = -0,5911m/s$$

Dans l'équation (1)

$$\boxed{v_{Ay}(t_i) = -0,9511 - 4,089 \times 0,01 = -0,632s}$$

2. Étude du mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur

2. 1. Les équations horaires du mouvement de (B) en fonction de α et t

On applique la deuxième loi de Newton

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m.\overrightarrow{a_B}$$

où $\overrightarrow{a_B}$ est le vecteur accélération du centre d'inertie G du solide (B) .
On néglige la résistance de l'air , bilan des forces exercées sur (B) au cours de son mouvement est une seule force le poids de (B) :

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{P} = m.\overrightarrow{a_B}$$

$$m\overrightarrow{a_B} = m.\overrightarrow{g}$$

$$\boxed{\overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{g}} \quad (1)$$

On projette la relation vectorielle (1) sur Ox et Oy :
à chaque instant t nous avons :

$$\overrightarrow{g}\begin{cases}0\\-g\end{cases} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{a_G}\begin{cases}a_{Bx} = \ddot{x}_B = 0\\a_{By} = \ddot{y}_B = -g\end{cases}$$

Les deux équations représentent les équations différentielles du mouvement du projectile Ox et Oy .

$$\begin{cases}\dfrac{d^2x_B}{dt^2} = 0\\\dfrac{d^2y_B}{dt^2} = -g\end{cases}$$

Les coordonnées vecteur vitesse $\overrightarrow{v_G}$ sont les primitives des coordonnées du $\overrightarrow{a_G}$. compte tenu des conditions initiales , nous obtenons :

$$\begin{cases}\dfrac{dx_B}{dt} = \dot{x}_{B0} = v_{B0}cos(\alpha)\\\dfrac{dy_B}{dt} = \dot{y}_{B0} = -gt + v_{B0}sin(\alpha)\end{cases}$$

Les coordonnées vecteur position $\overrightarrow{OB}$ sont les primitives des coordonnées du $\overrightarrow{v_G}$. compte tenu des conditions initiales , nous obtenons :

$$\begin{cases}x_B(t) = v_0cos(\alpha).t + x_0 = v_{B0}cos(\alpha)\\y_B(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_{B0}sin(\alpha).t + h_p\end{cases}$$

2. 2. Les coordonnées du point S le sommet de la trajectoire de (B) :
Au point S on $y_S = 0$ donc

$$-g.t_S + v_{B0}sin(\alpha) = 0$$

$$t_S = \frac{v_{B0}.sin(\alpha)}{g}$$

dans l'équation $y(t)$ nous avons

$$\boxed{y_S = \frac{v_{B0}^2 sin^2\alpha}{2.g} + h_p = 20sin^2(\alpha) + 1,8}$$

$$\boxed{x_S = \frac{v_{0B}^2 sin(2\alpha)}{2g} = 20sin(2\alpha)}$$

2. 3. l'angle α qui fait la vitesse $\vec{v_{0B}}$ avec l'horizontal
Le corps (A) passe par F avec la vitesse limite i.e que le mouvement de (A) est uniforme son équation s'écrit :

$$y_A(t) = -V_{lim}.t + h_F$$

Avec $V_{lim} = 1m/s$
À l'instant t_s on a $y_s(A) = -t_s + h_F = -\dfrac{v_{0B}sin(\alpha)}{g} + 18,5$
Et nous avons aussi $y_S(B) = 20sin^2(\alpha) + 1,8$
À la rencontre des deux solide , nous avons :

$$20sin^2(\alpha) + 1,8 = -\frac{v_{0B}sin(\alpha)}{g} + 18,5$$

$$20sin^2(\alpha) + 2sin(\alpha) - 16,7 = 0$$

La solution de cette équation est :

$$\begin{cases} sin(\alpha_1) = 0,865 \\ sin(\alpha_2) = -0,965 \end{cases} \quad \text{et puisque } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ alors } \boxed{\alpha = 60°}.$$

Partie II : Étude de mouvement d'un pendule pesant

1. L'énergie potentielle de pesanteur du pendule pesant est :

$$E_{pp} = mg(z - z_{ref})$$

L'état de référence $E_{pp} = 0$ à $z = z_{rf} = 0$
D'autre part on exprime z en fonction de θ, nous avons :

$$z = \frac{L}{2}(1 - cos\theta)$$

donc

$$E_{pp} = \frac{mgL}{2}(1 - cos\theta)$$

Pour des faible amplitude : $cos\theta = 1 - \dfrac{\theta^2}{2}$

$$\boxed{E_{pp} = \frac{mgL\theta^2}{4}}$$

2. Étude énergétique : les frottements sont négligeable alors il y a conservation de l'énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pp} = Cte$$
$$\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2 + \frac{mgL\theta^2}{4} = Cte$$
$$\frac{dE_m}{dt} = J_\Delta\dot{\theta}\ddot{\theta} + \frac{mgL}{2}\theta\dot{\theta} = 0$$
$$\frac{1}{3}mL^2\ddot{\theta} + \frac{mgL}{2}\theta = 0$$
$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{3g}{2L}\theta = 0}$$

3. la solution de l'équation est $\theta(t) = \theta_m cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ avec $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$
D'après le graphe de la figure 2 on a : $E_{cmax} = 0,90 \times 10^{-2}J$ et à t=0 l'énergie cinétique du pendule est $E_{c0} = 0,50 \times 10^{-2}J$
La période propre des oscillations : $T_0 = 2T = 1,2s$

3. 1. la valeur de l'intensité de pesanteur :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$$
$$g = \frac{8\pi^2.L}{3T_0^2}$$
$$g = 9,81m/s^2$$

3. 2. la valeur de θ_m
conservation de l'énergie mécanique : $E_m = E_{cmax} = E_{ppmax} = 0,9 \times 10^{-2}J$

$$\frac{mgL\theta_{max}^2}{4} = E_m$$
$$\theta_{max} = \sqrt{\frac{4.E_m}{mgL}}$$
$$\boxed{\theta_{max} = 0,26rad}$$

3. 3. La valeur de φ
À t=0 nous avons la vitesse angulaire $\dot{\theta}(t=0) = -\theta_{max}\frac{2\pi}{T_0}sin\varphi$

$$E_c(t=0) = 0,50 \times 10^{-2} = \frac{1}{6}mL^2\dot{\theta}_0^2$$
$$E_c(0) = \frac{4\pi^2}{6.mL^2.T_0^2}sin^2\varphi$$
$$sin\varphi = \sqrt{\frac{6T_0^2.E_c(0)}{4\pi^2mL^2\theta_{max}^2}} = \pm 0,76$$

et puisque $t = 0$ nous avons $\dot{\theta}_0 < 0$ i.e $-\theta_{max}\frac{2\pi}{T_0}sin\varphi < 0$ il faut que $sin\varphi > 0$ donc

$$\boxed{\varphi_1 = 49°}$$