تصحيح موضوع امتحان البكالوريا الدورة العادية 2013 -2014

الكيمياء : الجزء الأول : دراسة محلول الأمونياك والهيدروكسيلان

1 ـ تحضير محلول حمض الكلوريدريك

1 ـ 1 تعبير كمية مادة حمض الكلوريدريك $n(HCl$ في حجم V من المحلول التجاري :

نعلم أن كمية مادة حمض الكلوريدريك في الحجم V هي : $n(HCl) = \dfrac{m(HCl)}{M(HCl}$

بحيث أن $m(HCl)$ كتلة حمض الكلوريدريك الخالص مرتبطة بكتلة حمض الكلوريدريك $m(HCl)_S$ الموجودة في المحلول التجاري بالعلاقة التالية : $m(HCl) = P.m(HCl)_S$

وبما أن كثافة المحلول التجاري هي $d = \dfrac{\rho_{HCl}}{\rho_{eau}}$ فإن :

$$\rho_{HCL} = d.\rho_{eau}$$

أي أن :

$$m(HCl)_S = d.\rho_{eau}.V$$

ومنه فإن :

$$n(HCl) = \frac{P.d.\rho_{eau}.V}{M(HCl)}$$

التحقق من القيمة C_0 :

$$C_0 = \frac{n(HCl)}{V} = \frac{P.d.\rho_{eau}}{M(HCl)}$$

نأخذ $\rho_{eau} = 10^3 g/l$

$$C_0 = \frac{0,37.1,15.10^3}{36,5} = 11,6 mol/l$$

1 ـ 2 ـ حساب حجم المحلول التجاري الذي يجب أخذه لتحضير $1l$ من المحلول (S_1)

حسب علاقة التخفيف لدينا :

$$C_0V_0 = C_AV_A$$

بحيث أن V_0 هو الحجم الذي يجب أخذه من المحلول التجاري , ومنه فإن :

$$V_0 = \frac{C_A.V_A}{C_0}$$

$$V_0 = \frac{0,015 \times 1}{11,6} = 1,29 \times 10^{-3} l = 1,3 ml$$

2 ـ دراسة بعض خاصيات قاعدة مذابة في الماء

2 ـ 1 لنبين تعبير K_A

لدينا حسب الجدول الوصفي للتفاعل القاعدة B مع الماء :

المعادلة الكيميائية		$B(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons BH^+(aq) + HO^-(aq)$				
الحالة البدئية	$x = 0$	CV	وفير	--	0	0
خلال التحول	x	$CV - x$	وفير	--	x	x
الحالة النهائية	x_f	$CV - x_{eq}$	وفير	--	x_{eq}	x_{eq}

أن ثابتة التوازن لهذا التحول هي :

$$K = \frac{[BH^+]_{eq}.[HO^-]_{eq}}{[B]_{eq}} = \frac{[BH^+]_{eq}.[HO^-]_{eq}.[H_3O^+]_{eq}}{[B]_{eq}.[H_3O^+]_{eq}} = \frac{Ke}{KA}$$

وحسب الجدول الوصفي لدينا نسبة التقدم النهائي للتحول هي :

$$\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}} \Rightarrow x_{eq} = \tau.x_{max} = \tau.CV$$

أي أن :

$$K = \frac{[BH^+]_{eq}.[HO^-]_{eq}}{[B]_{eq}} = \frac{\frac{x_{eq}^2}{V^2}}{\frac{CV - x_{eq}}{V}} = \frac{\tau^2.C}{1-\tau}$$

وبالتالي فإن :

$$\frac{Ke}{K_A} = \frac{\tau^2.C}{1-\tau}$$

ومنه فإن :

$$K_A = \frac{Ke.(1-\tau)}{C.\tau^2}$$

2 ـ 2 ـ حساب نسبتي التقدم النهائي τ_1 و τ_2 :

لدينا :

$$\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{[HO^-]_{eq}}{C}$$

من جهة أخرى لدينا :

$$[HO^-]_{eq}.[H_3O^+]_{eq} = Ke$$

$$[HO^-]_{eq} = \frac{Ke}{10^{-pH}}$$

أي أن :

$$\tau = \frac{Ke.10^{pH}}{C}$$

أي أن بالنسبة للمحلول (S_1) لدينا :

$$\tau_1 = \frac{10^{-14} \times 10^{10,6}}{10^{-2}} = 3,98\%$$

2 ـ دراسة بعض خاصيات قاعدة مذابة في الماء (تابع)

بالنسبة للمحلول (S_2) لدينا :

$$\tau_2 = \frac{10^{-14} \times 10^{9}}{10^{-2}} = 0,1\%$$

2 ـ 3 ـ حساب قيمة كل من الثابتتين pK_{A_1} و pK_{A_2}

لدينا : $K_A = \dfrac{Ke(1-\tau)}{C.\tau^2}$

أي أن :

$$pK_A = -logKe - log\left(\frac{1-\tau)}{C\tau^2}\right)$$

$$pK_A = pKe - log\left(\frac{1-\tau)}{C\tau^2}\right)$$

ومنه فإن :

$$pK_{A_1} = 9,2$$

$$pK_{A_2} = 6$$

3 ـ المعايرة حمض ـ قاعدة لمحلول مخفف للأمونياك

3 ـ 1 معادلة التفاعل الحاصل خلال المعايرة :

$$NH_3(aq) + H_3O^+(aq) \longmapsto NH_4^+(aq) + H_2O(l)$$

3 ـ 2 ـ حساب نسبة التقدم النهائي للتفاعل عند إضافة الحجم $V_A = 5ml$ حيث حسب المنحنى يكون $pH = 9,5$
الجدول الوصفي للتفاعل في الحالة النهائية عند هذه الإضافة وهي قبل التكافؤ :

المعادلة الكيميائية		$NH_3(aq)$	$+ H_3O^+(aq)$	$\longmapsto$	$NH_4^+(aq)$	$+ H_2O(l)$
الحالة البدئية	$x = 0$	C_BV_B	C_AV_A	--	0	وفير
الحالة النهائية	x_f	$C_BV_B - x_f$	$C_AV_A - x_f$	--	x_f	وفير

نسبة التقدم النهائي : $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$

لدينا : $x_{max} = C_AV_A$ لكون أن هذه الإضافة تتم قبل التكافؤ .
من جهة أخرى لدينا حسب الجدول الوصفي :

$$[H_3O^+] = \frac{C_AV_A - x_f}{V_A + V_B}$$

ومنه فإن :

$$x_f = C_AV_A - (V_A + V_B).[H_3O^+]$$

$$x_f = C_AV_A - (V_A + V_B).10^{-pH}$$

$$\tau = \frac{C_AV_A - (V_A + V_B).10^{-pH}}{C_AV_A}$$

$$\tau = 1 - \frac{(V_A + V_B).10^{-pH}}{C_AV_A}$$

ولدينا حسابيا أن النسبة :

$$\frac{(V_A + V_B).10^{-pH}}{C_AV_A} \simeq 0$$

وبالتالي فإن :

$$\tau \simeq 1$$

ونستنتج أن التفاعل شبه كلي .

3 ـ المعايرة حمض ـ قاعدة لمحلول مخفف للأمونياك (تابع)

3 ـ 3 ـ من خلال المنحنى وباستعمال المماسين والمستقيم الموازي لهما والمار من المنتصف نجد :

$$V_{AE} = 14,2ml \qquad pH_E = 5,6$$

ومنه وحسب علاقة التكافؤ :

$$C_A V_{AE} = C' V_B$$

$$C' = \frac{C_A V_{AE}}{V_B} = 10,56.10^{-3} mol/l$$

وبالتالي فإن :

$$C_B = 10^3 \times 10,56.10^{-3} = 10,56 mol/l$$

3 ـ 4 ـ الكاشف الملون الملائم لهذه المعايرة :
الكاشف الملون الملائم لهذه المعايرة يجب أن تتضمن منطقة انعطافة قيمة pH_E أي أنه حسب الجدول هو : أحمر الكلوروفينول .

الجزء الثاني : تحضير فلز بالتحليل الكهربائي

1 ـ دراسة التحول الكيميائي

1 ـ 1 ـ معادلات التفاعلات الكيميائية الممكن أن تحدث عند الأنود وعند الكاتود :
الأنواع الكيميائية الموجودة في الخليط التفاعلي :

$$Zn^{2+}(aq), H^+(aq), H_2O(l), SO_4^{2-}(aq)$$

عند الأنود تحدث أكسدة أنودية . خلال التحليل الكهربائي الأنواع الكيميائية الموجودة في الخليط والتي يمكن أن تحدث لها أكسدة هي المختزلات التالية :

$$H_2O$$

وذلك حسب المعادلة التالية :

$$2H_2O(l) \rightleftharpoons O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$$

1 ـ دراسة التحول الكيميائي(تابع)

عند الكاتود يحدث اختزال كاتودي . خلال التحليل الكهربائي الأنواع الكيميائية التي يمكن أن يحدث لها اختزال هي المؤكسدات التالية :

$$Zn^{2+}(aq), H^+(aq)$$

وذلك حسب المعادلات التالية :

$$Zn^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons Zn(s)$$

$$2H^+(aq) + 2e^- \rightleftharpoons H_2(g)$$

2 ـ 1 ـ العلاقة بين كمية الكهرباء Q الممررة في الدارة والتقدم x
من خلال المعادلة الحصيلة فإن التفاعلات المشاركة في هذا التحول هما :

$$Zn^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons Zn$$

$$H_2O \rightleftharpoons \frac{1}{2}O_2 + 2H^+ + 2e^-$$

أي أن عدد الإلكترونات المتبادلة خلال التحليل الكهربائي هو : $2e$ وبالتالي فإن كمية مادة الإلكترونات المتبادلة خلال التحليل الكهربائي هي : $n(e) = 2x$ ومنه فإن كمية الكهرباء الممررة خلال التحليل هي :

$$Q = n(e).\mathscr{F}$$

$$Q = 2x.\mathscr{F}$$

2 ـ استغلال التحول الكيميائي

2 ـ 1 حساب الكتلة m
خلال التحليل الكهربائي وبجوار الكاتود لدينا : $Zn^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons Zn$ أي أن كتلة الزنك المتوضعة خلال مدة التحليل الكهربائي Δt هي :

$$m(Zn) = n(Zn).M(Zn)$$

$$m(Zn) = x.M(Zn) \Rightarrow m(Zn) = \frac{Q}{2\mathscr{F}}.M(Zn)$$

$$m(Zn) = \frac{I.\Delta t}{2.\mathscr{F}}.M(Zn)$$

تطبيق عددي : $m = 4,68.10^3 kg$
2 ـ 2 ـ حساب الحجم V لثنائي الأوكسيجين المنطلق خلال التحليل :

2 ـ استغلال التحول الكيميائي

لدينا بجوار الأنود تحدث أكسدة الماء :

$$H_2O \rightleftharpoons \frac{1}{2}O_2 + 2H^+ + 2e^-$$

إذن الحجم الكلي لغاز ثنائي الأوكسجين المنطلق خلال التحليل :

$$n(O_2) = \frac{1}{2}x = \frac{I.\Delta t}{4.\mathscr{F}}$$

ولدينا $n(O_2) = \dfrac{V_T}{V_m}$ بحيث أن $V = r.V_T$ وبالتالي فإن :

$$V = r.\frac{I.\Delta t}{4.\mathscr{F}}.V_m$$

تطبيق عددي :

$$V = 6,87.10^5 l$$

الفيزياء

: التمرين الأول : الفيزياء النووية في المجال الطبي

1 ـ النشاط الإشعاعي لنويدة الفوسفور $^{32}_{15}P$

1 ـ 1 ـ معادلة التفتت :

حسب قانون صودي :

$$A = 32 \qquad Z = 15 + 1 = 16$$

أي أن :

$$^{32}_{15}P \longrightarrow ^{32}_{16}Y + ^{0}_{-1}e$$

1 ـ 2 ـ حساب القيمة المطلقة للطاقة المحررة عند تفتت نويدة الفوسفور 32 :

لدينا :

$$|\Delta E| = |m(e)+m(Y)-m(P)| = |5,485.10^{-4}+31,9822-31,9840|\times 931,5 = 1,166 MeV$$

2 ـ الحقن الوريدي بالفوسفور $^{32}_{15}P$

التمرين الأول : الفيزياء النووية في المجال الطبي :

2 ـ 1 ـ $1Bq$ يمثل تفتتا واحدا في الثانية .
2 ـ 2 ـ أ ـ لدينا حسب قانون التناقص الإشعاعي
وباعتبار أن $t_1 = 0$ أي أن $\Delta t = t_2 - t_1 = t_2$:

$$a_2 = a_1 e^{-\lambda t_2}$$

$$0,20 a_1 = a_1 e^{-\lambda t_2}$$

$$ln(0,20) = -\lambda t_2$$

$$t_2 = \Delta t = -\frac{t_{1/2} Ln(0,2)}{Ln(2)} = 33,2 jours$$

ب ـ تعبير عدد النويدات المتفتتة خلال المدة الزمنية Δt
عدد النويدات المتفتتة خلال Δt هو :

$$|N_2 - N_1| = |\lambda(a_2 - a_1)|$$

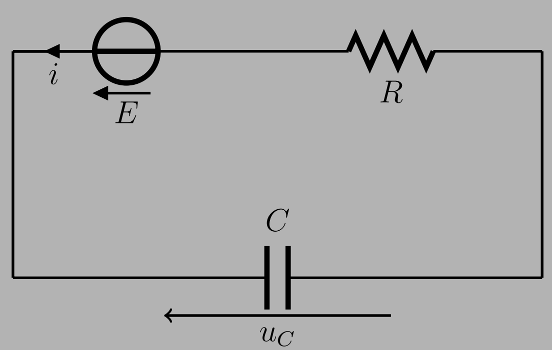
$$|N_2 - N_1| = 0,8.\lambda = \frac{0,8 a_1}{Ln2}.t_{1/2}$$

ج ـ القيمة المطلقة للطاقة المحررة خلال المدة Δt
لدينا نواة واحدة من الفوسفور تحرر طاقة $|\Delta E|$ ، إذن بالنسبة ل $N_1 - N_2$ نويدة تحرر طاقة :

$$|\Delta E_T| = (N_1 - N_2)|\Delta E| = 665J$$

التمرين الثاني : دراسة شحن وتفريغ مكثف

1 ـ دراسة شحن مكثف :
1 ـ 1 ـ المعادلة التفاضلية التي تحققها $i(t)$
حسب التوجيه المبين في الشكل لدينا
حسب قانون إضافية التوترات :



$$E = u_C + u_R$$

وحسب قانون أوم :

$$u_R = Ri(t)$$

ولدينا كذلك :

$$i = C.\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C} i(t)$$

التمرين الثاني : دراسة شحن وتفريغ مكثف

وبعملية الاشتقاق لقانون إضافية التوترات :

$$\frac{du_C}{dt} + R\frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{C}i(t) + R\frac{di}{dt} = 0$$

أي أن المعادلة التفاضلية هي :

$$RC\frac{di}{dt} + i(t) = 0$$

1 ـ 2 ـ تعبير كل من A و τ بدلالة برامترات الدارة :
باعتبار أن حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي :

$$i(t) = Ae^{-t/\tau}$$

$$-\frac{RCA}{\tau}e^{-t/\tau} + Ae^{-t/\tau} = 0$$

$$Ae^{-t/\tau}\left(-\frac{RC}{\tau} + 1\right) = 0$$

أي أن : $\tau = RC$
وحسب الشروط البدئية : المكثف غير مشحون أي أن $u_C(0) = 0$ وحسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C(0) + RI_0 = E$$

$$u_C(0) = 0 \Rightarrow RI_0 = E$$

$$I_0 = \frac{E}{R}$$

وعند $t = 0$ لدينا حسب الحل : $i(0) = I_0 = A$ أي أن

$$A = \frac{E}{R}$$

وبالتالي فإن :

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-t/RC}$$

1 ـ 3 ـ التعبير الحرفي للتوتر u_C بدلالة الزمن t
حسب قانون إضافية التوترات لدينا :

$$u_C = E - Ri(t)$$

$$u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

التمرين الثاني : دراسة شحن وتفريغ مكثف

1 ـ 4 ـ حسب المنحنى فإن ثابتة الزمن هي : $\tau = 0,10ms$
الطريقة : عند $t = \tau$ لدينا $\frac{i}{I_0} = \frac{1}{e} = 0,37$ وحسب المنحنى كل تدرجة صغيرة توافق $0,025$.
ونعلم أن $\tau = RC$ أي أن $C = \frac{\tau}{R} = 10^{-6}F$
1 ـ 5 ـ لنبين العلاقة : $\frac{E_e(\tau)}{E_e}$
لدينا عند اللحظة $t = \tau$ ، الطاقة المخزونة في المكثف هي :

$$E_e(\tau) = \frac{1}{2}Cu_C^2(\tau) = \frac{1}{2}CE^2\left(1 - \frac{1}{e}\right)^2$$

$$E_e(\infty) = \frac{1}{2}Cu_C^2(\infty) = \frac{1}{2}CE^2$$

أي أن النسبة :

$$\frac{E_e(\tau)}{E_e} = \frac{1/2CE^2\left(\frac{e-1}{e}\right)^2}{1/2CE^2}$$

$$\frac{E_e(\tau)}{E_e} = \left(\frac{e-1}{e}\right)^2$$

حساب قيمة النسبة :

$$\frac{E_e(\tau)}{E_e} = 40\%$$

2 ـ دراسة تفريغ مكثف في الوشيعة :
2 ـ 1 ـ أ ـ المعادلة التفاضلية التي تحققها $i(t)$
حسب قانون إضافية التوترات لدينا : $u_C + u_B = 0$ بحيث أن u_B التوتر بين مربطي الوشيعة .

$$u_C + L\frac{di}{dt} = 0$$

من جهة أخرى لدينا : $i = C\frac{du_C}{dt}$ أي أن $\frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C}i(t)$ ومنه وبعملية اشتقاق المعادلة الناتجة عن قانون إضافية التوترات :

$$\frac{du_C}{dt} + L\frac{d^2i}{dt^2} = 0$$

$$\frac{1}{C}i + L\frac{d^2i}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{LC}i = 0$$

التمرين الثاني : دراسة شحن وتفريغ مكثف

ب ـ تحديد I_m و φ
يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $i(t) = I_m cos(2\pi N_0 t + \varphi)$.
حسب الشروط البدئية أي عند اللحظة $t = 0$ ، لدينا $i(0) = 0$ و $u_C(0) = E$ ومنه فإن :

$$i(0) = I_m cos\varphi = 0$$

أي أن $\varphi = \frac{\pi}{2}$ أو $\varphi = -\frac{\pi}{2}$
حسب قانون إضافية التوترات لدينا عند $t = 0$:

$$u_C(0) = -L\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = LI_m 2\pi N_0 sin\varphi > 0$$

$$sin\varphi > 0 \Longrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

تحديد I_m :
لدينا : $E = LI_m 2\pi N_0$ ونعلم أن : $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ومنه فإن :

$$E = I_m\sqrt{\frac{L}{C}} \Longrightarrow I_m = E\sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$I_m = 13,42mA$$

2 ـ 2 ـ حساب الطاقة E' للمتذبذب في اللحظة $t' = \frac{7}{4}t$:

$$E = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cu_C^2$$

لدينا الطاقة الكلية للمتذبذب عند اللحظة $t = 0$:

$$E_0 = 0 + \frac{1}{2}CE^2 = 18 \times 10^{-6}J$$

الطاقة E' للمتذبذب في اللحظة $t' = \frac{7}{4}t$ فحسب المنحنى لدينا $i(t') = 10mA$ أي أن

$$E' = \frac{1}{2}Li(t')^2 + \frac{1}{2}Cu_C(t')^2 = \frac{1}{2}.0,1.(10^{-2})^2 + 0$$

$$E' = 10^{-5}J$$

لنستنتج التغير $\Delta E = E' - E_0$

$$\Delta E = E' - E_0 = 10^{-5} - 1,8.10^{-5} = -8.10^{-6}J$$

يفسر هذا التغير وهو أن المتذبذب يفقد الطاقة خلال Δt أي أن هناك خمود كهربائي يعزى إلى وجود مقاومة في الدارة وبالتالي فإن مقاومة الوشيعة غير مهملة في هذه الحالة .
2 ـ 3 ـ أ ـ لنبين أن : $E_n = E_0(1-p)^n$ عند اللحظة $t = nT$

التمرين الثاني : دراسة شحن وتفريغ مكثف

لدينا عند كل شبه دور يفقد المتذبذب ما قيمته p أي أن في اللحظة $t = T$:

$$\frac{E_1 - E_0}{E_0} = -p \Longrightarrow \frac{E_1}{E_0} = 1 - p$$

وعند اللحظة $t = 2T$:

$$\frac{E_2 - E_1}{E_1} = -p \Longrightarrow \frac{E_2}{E_1} = 1 - p$$

عند اللحظة $t = nT$ لدينا :

$$\frac{E_n}{E_{n-1}} = 1 - p$$

$$\frac{E_1}{E_0} \times \frac{E_2}{E_1} \times ......\frac{E_n}{E_{n-1}} = (1-p)^n$$

$$\frac{E_n}{E_0} = (1-p)^n \Longrightarrow E_n = E_0(1-p)^n$$

ب ـ حساب n عندما تتناقص الطاقة الكلية للمتذبذب ب 96% من قيمتها البدئية :
أي أن

$$\frac{E_n}{E_0} = (1-p)^n = 0,04$$

$$(1 - 0,275)^n = 0,04$$

$$n = \frac{Ln(0,04}{ln(1 - 0,275)} = 10$$

التمرين الثالث :الميكانيك

الجزء الأول : دراسة حركة متزلج
1 ـ دراسة القوى المطبقة على المتزلج بين A و B .
1 ـ 1 تعبير معامل الاحتكاك $tan\varphi$
نطبق القانون الثاني على المتزلج خلال حركته على المستوى المائل AB .

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$$

جرد القوى المطبقة على المتزلج :
ـ $\vec{P}$ وزن المتزلج ولوازمه ،
ـ $\vec{R}$ تأثير السطح على المتزلج ، اتجهها مائل بزاوية φ بالنسبة للخط المنظمي على المستوى المائل عكس منحى الحركة

التمرين الثالث :الميكانيك

حسب القانون الثاني لنيوتن :

$$\vec{P}+\vec{R}=m.\vec{a}_G$$

نسقط العلاقة المتجهية في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j}')$

على Ox' :

$$mgsin\alpha - Rsin\varphi = ma_x$$

$$Rsin\varphi = mgsin\alpha - ma_x$$

على Oy' :

$$-mgcos\alpha + Rcos\varphi = 0$$

$$Rcos\varphi = mgcos\alpha$$

ومنه نستنتج أن :

$$\frac{Rsin\varphi}{Rcos\varphi} = tan\varphi = \frac{gsin\alpha - a}{gcos\alpha}$$

$$tan\varphi = tan\alpha - \frac{a}{gcos\alpha}$$

1 ـ 2 تحديد قيمة التسارع a

بما أن التسارع a ثابت فإن طبيعة الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام وقيمو التسارع هي :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_A - v_0}{t_A - t_0} = \frac{v_A}{t_A}$$

$$a = 2,0m/s^2$$

ومنه نستنتج قيمة $tan\varphi$

$$tan\varphi = 0,15$$

1 ـ 3 ـ لنبين التعبير التالي :

$$R = mgcos\alpha\sqrt{1+tan^2\varphi}$$

لدينا حسب العلاقات السابقة :

$$Rcos\varphi = mgcos\alpha \Rightarrow R = mgcos\alpha.\frac{1}{cos\varphi}$$

من جهة أخرى لدينا :

$$\frac{1}{cos^2\varphi} = 1 + tan^2\varphi$$

أي أن :

$$R = mgcos\alpha.\sqrt{1+tan^2\varphi}$$

حساب R :

$$R = 745N$$

التمرين الثالث :الميكانيك

2 ــ مرحلة القفز

2 ــ 1 ــ تحديد إحداثيتي قمة المسار (S)

في حالة $v_C = 16,27m/s$ تصبح المعادلات الزمنية هي كالتالي :

$$\begin{cases} x(t) = 15,29t - 15 \\ y(t) = -4,9t^2 + 5,56t \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x(t) = 15,29m/s \\ v_y(t) = -9,8t + 5,56 \end{cases}$$

عند قمة المسار لدينا :

$$v_y = 0 \Rightarrow t_S = 0,567s$$

أي أن :

$$x_S = -6,33m \qquad y_S = 1,58m$$

2 ــ 2 ــ الشرط الذي يجب أن تحققه v_C لكي لا يسقط المتزلج في البركة المائية :

لكي لا يسقط المتزلج في البركة المائية يجب : $x_D \geqslant 0$ في المعلم $(D, \vec{i}, \vec{j})$

معادلة المسار :

$$y_D = -\frac{g}{2v_C^2 cos^2\alpha}(x+15)^2 + (x+15)tan\alpha$$

بالنسبة ل $x = x_D$ لدينا $y_D = 0$ ومنه فإن :

$$-\frac{g}{2v_C^2 cos^2\alpha}(x+15) + tan\alpha = 0$$

$$x_D = \frac{v_C^2 sin(2\alpha)}{g} - 15 \geqslant 0$$

$$v_C \geqslant \sqrt{\frac{15g}{sin(2\alpha)}}$$

لنستنتج القيمة الدنوية لهذه السرعة :

$$v_{Cmini} = \sqrt{\frac{15g}{sin(2\alpha)}} = 15,12m/s$$

الجزء الثالث : الدراسة الطاقية لنواس وازن

1 ــ تحديد موضع مركز قصور لمجموعة ميكانيكية :

التمرين الثالث :الميكانيك

1 ــ 1 ــ لنبين أن :

$$\frac{{E_m}^2}{\theta\ _m}=\frac{(m_1+m_2)gd}{2}$$

تعبير الطاقة الميكانيكية للنواس الوازن أخذا بعين الاعتبار الحالة المرجعية بالنسبة لطاقة الوضع الثقالية :

$$E_m=(m_1+m_2)gd(1-cos\theta)+\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2$$

بما أن الاحتكاكات مهملة : $Em=Cte$
وعندما تأخذ $\theta=\theta_m$ فإن $\dot{\theta}=0$ أي أن الطاقة الحركية منعدمة و بالتالي فإن :

$$E_m=(m_1+m_2)gd\left(\frac{\theta_m^2}{2}\right)$$

$$\frac{Em}{\theta_m^2}=\frac{(m_1+m_2)gd}{2}$$

1 ــ 2 ــ استنتاج قيمة d
من خلال المبيان لدينا :

$$\theta=0\Rightarrow E_{pp}=0 \quad E_m=E_C=55mJ$$

$$\theta=\theta_m\Rightarrow E_{pp}=E_m=55mJ$$

وبالتالي فإن :

$$E_m=\frac{(m_1+m_2gd}{2}.\theta_m^2$$

$$d=\frac{2E_m}{(m_1+m_2g\theta_m^2}$$

$$d=0,412m$$

2 ــ تحديد العزم J_Δ
2 ــ 1 ــ المعادلة التفاضلية لحركة النواس :
نطبق العلاقة الأساسية للتحريك :

$$\Sigma\mathscr{M}_\Delta(\vec{F_{ext}}=J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$$\mathscr{M}_\Delta(\vec{P}+\mathscr{M}_\Delta(\vec{R}=J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$$-(m_1+m_2)gdsin\theta=J_\Delta.\ddot{\theta}$$

بالنسبة لذبذبات ذات وسع صغير $sin\theta=\theta$

$$-(m_1+m_2)gd\theta=J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta}+\frac{(m_1+m_2)gd}{J_\Delta}\theta=0$$

التمرين الثالث :الميكانيك

2 ــ 2 ــ حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي :

$$\theta(t) = \theta_m cos(2\pi N_0 t + \varphi)$$

$\theta(t)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة إذن تحققها :

$$\dot{\theta} = -2\pi N_0 sin(2\pi N_0 t + \varphi)$$

$$\ddot{\theta} = -4\pi^2 N_0^2 \theta(t)$$

أي أن :

$$4\pi^2 N_0^2 = \frac{(m_1 + m_2)gd}{J_\Delta}$$

$$N_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(m_1 + m_2)gd}{J_\Delta}}$$

2 ــ 3 ــ حساب J_Δ
بالنسبة ل $N_0 = 1Hz$ لدينا :

$$J_\Delta = \frac{(m_1 + m_2)gd}{4\pi^2} = 4 \times 10^{-2} kg.m^2$$