Chapitre 1

Travail et puissance

Introduction

Au cours des constructions les travailleurs fournissent des efforts par habitude on les appelle travail et puissance , mais en physique ces notions ont des significations bien déterminer .
Qu'est - ce que le travail mécanique ?
Qu'est - ce que la puissance mécanique ?
Et Quelle relation existe - t - il entre travail et puissance ?

■ **Rappel de quelques notions principales.**

☞ Notion d'une force : On modélise toute action mécanique par une grandeur vectorielle : appelée vecteur - force $\vec{F}$ caractérisée par son point d'application, sa direction, son sens et son intensité (ou valeur) en Newtons (N) dans SI .
La force a plusieurs effets mécaniques sur un corps solide , parmi ses effets :
➜ **Provoquer le mouvement d'un corps solide .**
➜ **Provoquer le mouvement de rotation d'un corps solide .**
➜**Déformer un corps solide .**

☞ Notion d'une force constante : une force est constante lorsque sa valeur , sa direction et son sens ne varient pas au cours du temps .
Exemple : le poids d'un corps solide , la tension d'un fil inextensible .

☞ Mouvement de translation d'un corps solide : tous les points de solide conservent la même direction et la même vitesse dans l'espace .

Mouvement de translation rectiligne : la trajectoire de chaque point du solide est une droite

.
Mouvement de translation curviligne : la trajectoire de chaque point du solide est une courbe
.

Application .1

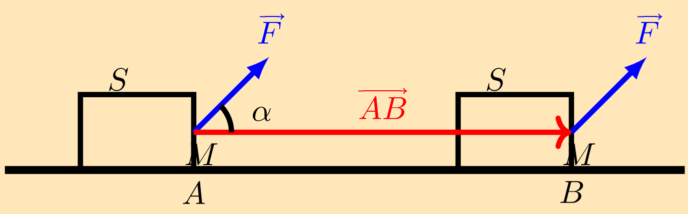
Déterminer dans les exemples des actions mécaniques ci-dessous les forces constantes :
* chute d'un parachute d'un hauteur H du sol .
* la tension d'un câble inextensible
* Tension d'un ressort
Déterminer dans les cas suivants , la nature du mouvent (translation ou rotation) et aussi translation rectiligne ou translation curviligne .
Mouvement de la Terre autour de soleil ; mouvement du train le long du chemin de fer ; mouvement d'une voiture sur un virage ; mouvement d'une arbre d'un moteur ; mouvement de la porte ;

Travail d'une force ou un ensemble de forces .

1 Travail d'une force constante exercée sur un corps solide en translation .

a. Translation rectiligne

Définition :
On considère un corps solide en translation rectiligne ,le point M du solide S est soumis à une force constante $(M, \vec{F})$, on appelle travail de la force $\vec{F}$ dont le point d'application M se déplace d'une position A à une position B , le produit scalaire du vecteur force $\vec{F}$ et du vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$, ce travail est noté



$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB}}$$

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = F.AB.cos\left(\vec{F}, \overrightarrow{AB}\right)}$$

Unité du travail
L'unité du travail dans le système international des unités , est le joule (J) .

Définition :
Le joule est le travail fourni par une force d'intensité (1 N) lorsque son point d'application se déplace de (1 m) selon sa direction et son sens .

Remarque .1

On peut aussi exprimer le travail d'une force constante en utilisant les coordonnées des deux vecteurs $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$ dans un repère orthonormé $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j})$:

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$$

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$$

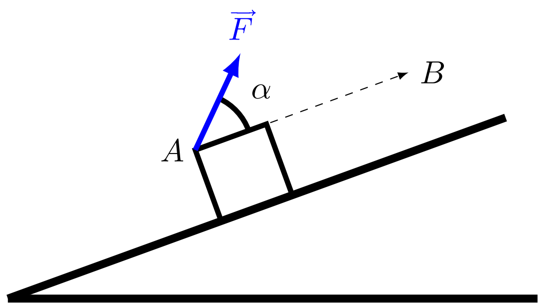
On écrit alors :

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = F_x(x_B - x_A) + F_y(y_B - y_A)}$$

Travail moteur , travail résistant

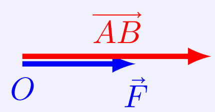
i. Travail moteur :

Pour mettre en mouvement et augmenter la vitesse d'un chariot le long d'un plan incliné on le pousse dans le même sens du déplacement dans ce cas la force exercée est motrice dans ce cas $\alpha < 0$ et $0 < cos\alpha < 1$:
$W_{AB} > 0$ **le travail de la force est moteur .**

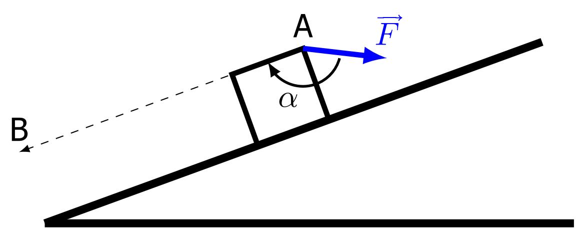


Remarque .2

lorsque $\alpha = 0$ la force est parallèle et de même sens que le déplacement , on a $cos\alpha = 1$ et le travail $W_{AB} = F.AB$ dans ce cas la valeur du travail est maximale .

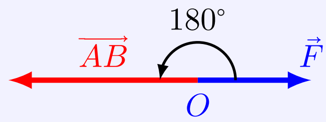


ii. Travail résistant :
Lorsqu'on veut ralentir le chariot , il faut exercer une force $\vec{F}$ en sens contraire du mouvement , la force est alors résistante .
dans ce cas $\alpha > 90^\circ$ et $-1 < cos\alpha < 0$:
$W_{AB} < 0$ **le travail de la force est résistant .**



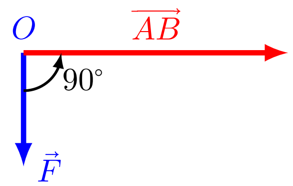
Remarque .3

lorsque $\alpha = 180^\circ$ la force est parallèle et de sens opposé que le déplacement , on a $cos\alpha = -1$ et le travail $W_{AB} = -F.AB$ dans ce cas la valeur du travail est minimale .



iii. Travail nul

Lorsque la force $\vec{F}$ agit perpendiculairement au déplacement $\overrightarrow{AB}$. L'angle $\alpha = 90^\circ$, $cos\alpha = 0$ et $W_{AB} = 0$ on dit que la force $\vec{F}$ n'effectue pas un travail .



Remarque .4

Le travail W_{AB} est une grandeur algébrique .

Application .1

1. Compléter le texte suivant :
Le travail est .... à l'intensité de la force et au déplacement.
Une force ne travaille pas si :
- Son point d'application ne se déplace pas (AB =............).
- Sa direction est ....au déplacement $(\alpha =$ ....$)$. En effet si le vecteur force $\vec{F}$ .... au vecteur de déplacement $\overrightarrow{AB}$ alors $cos(\overrightarrow{AB}, \vec{F}) =$ ....

2. Si F vaut $10N$, si AB est horizontal et de valeur $1m$, quelle est la valeur de l'angle α pour que le travail soit moteur et maximum ?

3. Calculer le travail d'une force d'intensité $10N$ pour un angle $\alpha = 45^\circ$ et un déplacement horizontal de $1m$. Le résultat doit être donné en joules avec 2 chiffres significatifs.

b. Travail d'une force constante exercée sur un corps solide en translation curviligne

i.Notion de travail élémentaire

On considère le point M d'un solide (S) comme point d'application de la force constante $\vec{F}$. Le solide (S) est en translation curviligne et la trajectoire de M est une courbe .

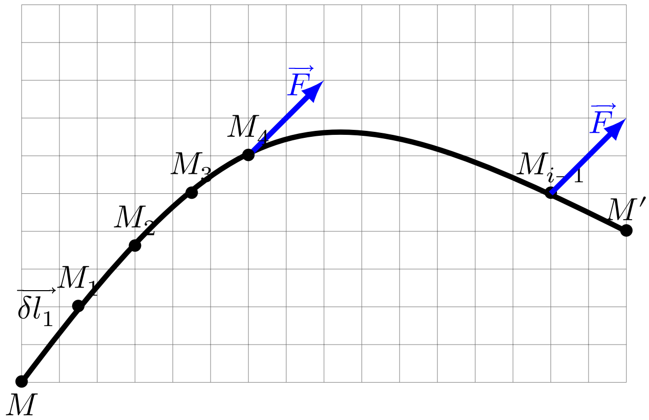
Quelle est l'expression du travail de la force $\vec{F}$ dans ce cas ?

Pour cela on devise la trajectoire en morceaux infiniment petits qu'on peut l'assimiler à des arcs tel que :

$$\overset{\frown}{MM_1}, \overset{\frown}{M_1M_2} .... \overset{\frown}{M_{i-1}M'}$$

On peut assimiler ces arcs à des segment infiniment petits , dans ce cas on définit un vecteur de déplacement élémentaire noté $\vec{\delta l}$ tel que $\delta l_i = \overrightarrow{MM_i}$.
Le travail élémentaire fourni par la force $\vec{F}$, noté δW_i au cours de $\vec{\delta l_i}$ est donner par la relation :

$$\boxed{\delta W_i = \vec{F}.\vec{\delta l_i}}$$



ii. Travail d'une force constante exercée sur un solide en translation curviligne.
Le travail globale fourni par la force $\vec{F}$ au cours du déplacement de M à M' est égale à la somme des travaux élémentaires .

$$W_{M\to M'}(\vec{F}) = \delta W_1 + \delta W_2 + ... + \delta W'$$

$$W_{M\to M'}(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{\delta l_1} + \vec{F}.\vec{\delta l_2} + ... + \vec{F}.\delta\vec{l_{i-1}} + \vec{F}.\vec{\delta l}'$$

$$W_{M\to M'}(\vec{F}) = \vec{F}.\sum^{i}\vec{\delta l_i}$$

Sachant que $\sum^i \vec{\delta l_i} = \overrightarrow{MM'}$ Donc

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{MM'}}$$

Conclusion :
Le travail d'une force constante ne dépend pas de la trajectoire de son point d'application , il ne dépend que de sa position initiale et de sa position finale .

c. Travail d'un ensemble de forces constantes exercées sur un corps en translation
On considère un corps solide soumis à un ensemble de forces constantes $\vec{F_1}, \vec{F_2}, ...\vec{F_n}$, dont les points d'application se déplacent successivement de A_1 à B_1 , de A_2 à B_2 ,..........de A_n à B_n , et puisque le solide en translation on a $\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{A_2B_2} = ... = \overrightarrow{A_nB_n} = \overrightarrow{AB}$.
Le travail fourni par ces forces au cours de ces déplacement est :

$$W_{A\to B}(\vec{F_1}, \vec{F_2}, ..., \vec{F_n}) = \left(\vec{F_1} + \vec{F_2} + ... + \vec{F_n}\right).\overrightarrow{AB}$$

Généralisation :
Le travail fourni par un ensemble de forces constantes $\vec{F_1}, \vec{F_2}, ...\vec{F_n}$ exercées par un corps solide en translation (rectiligne ou curviligne) est égale au produit scalaire de la somme vectorielle de ces forces et du vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$

$$\boxed{W_{A\to B} = \sum \vec{F}.\overrightarrow{AB}}$$

Application .2

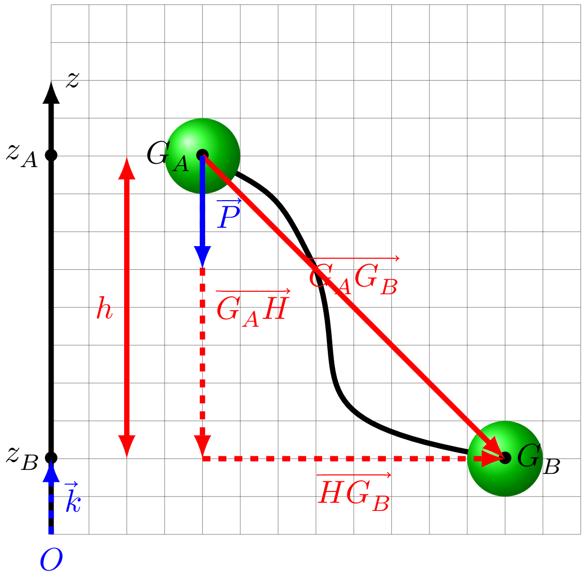
Un palet de curling est lancé rectilignement sur une piste verglacée et horizontale . A cause des frottements , il finit par s'arrêter après avoir parcouru une distance AB .
On suppose , pour simplifier , que la force de frottement $\vec{f}$ reste constante pendant toute la durée de mouvement .
Donner l'expression des travaux des forces exercées sur le palet entre A et B .
Préciser si ces travaux sont moteurs , résistants ou nuls .[?]

2 Travail du poids d'un corps solide

Lorsque les déplacement ne dépassent pas quelques kilomètres , le poids d'un corps peut être considéré comme une force constante . cette force est appliquée au centre G du corps solide .
L'expression du travail du poids au cours du déplacement de centre de gravité de G_A à G_B s'écrit alors :

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{G_AG_B}$$

Avec $\overrightarrow{G_AG_B} = \overrightarrow{G_AH} + \overrightarrow{HG_B}$ donc $W_{A\to B}(\vec{P}) = \vec{P}.(\overrightarrow{G_AH} + \overrightarrow{HG_B}) = \vec{P}.\overrightarrow{G_AH}$ car $\vec{P}.\overrightarrow{HG_B} = 0$
seule intervient la composante verticale $\overrightarrow{G_AH}$ du déplacement .



On choisit un axe Oz , vertical , dirigé vers le haut .
et comme $\vec{P} = -m.g.\vec{k}$ et $\overrightarrow{AH} = (z_H - z_A).\vec{k} = (z_B - z_A).\vec{k}$
et on obtient

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{P}) = m.g.(z_A - z_B)}$$

Conclusion :
Le travail du poids d'un corps solide ne dépend pas du chemin parcouru par le centre d'inertie G , il ne dépend seulement de l'altitude z_A du point de départ et de l'altitude z_B du point d'arrivée . On dit que le poids **est une force conservative**

Remarque .5

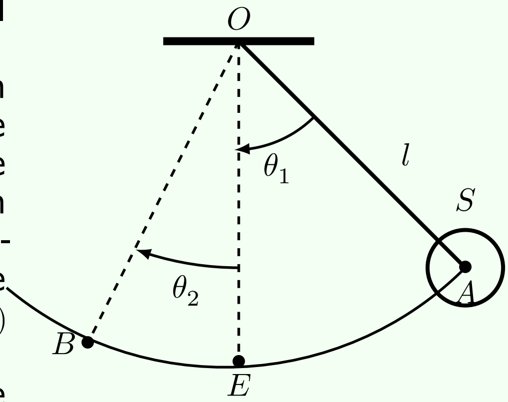
Dans le cas où le déplacement s'effectue du haut vers le bas $(z_A - z_B) > 0$ car $z_A > z_B$ donc **le travail du poids est moteur** . Dans le cas où le déplacement se fait de bas vers le haut on a $z_A < z_B$ i.e que $(z_A - z_B) < 0$ donc **le travail du poids est résistant .**

En général :
Le travail du poids d'un corps solide ne dépend seulement que de la dénivellation $h = \mid z_A - z_B \mid$ et le signe du travail du poids dépend de sa nature (moteur et résistant) .

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{P}) = \pm m.g.h}$$

Application .3

Une boule de masse $M = 0.3kg$ est accrochée à un fil inextensible et de masse négligeable de longueur $l = 0.5m$ et on fixe l'autre extrémité à un support horizontal fixe O .
On écarte le système de sa position d'équilibre et on la lâche sans vitesse initiale du position A pour qu'elle arrive à la position B en passant par la position d'équilibre E . . On repère la position initiale et finale de la boule par des abscisse angulaire $\theta_1 = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OE})$ et $\theta_2 = (\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OB})$.
Déterminer le travail du poids de la boule lorsqu'il passe de A à E , de E à B et de A à B .



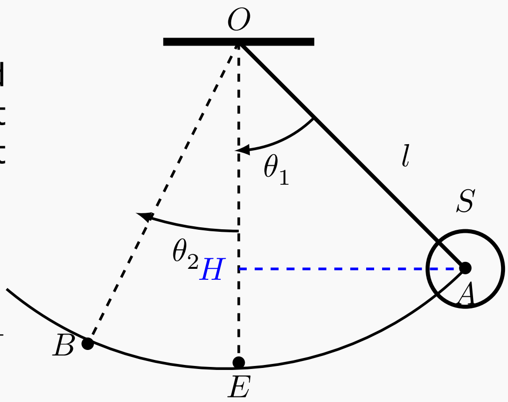
Correction .1

☞ Lorsque la boule passe de A à E :
On sait que le travail du poids ne dépend que de la dénivellation $h = \mid z_A - z_E \mid$ et puisque il est une force motrice entre A et E alors son travail est positif :

$$W_{AE} = +M.g.h$$

et d'après la figure à coté on a : $h = EO - HO$ et $h = l(1 - cos(\theta_1)$; donc :

$$W_{AE} = +Mgl(1 - cos(\theta_1))$$



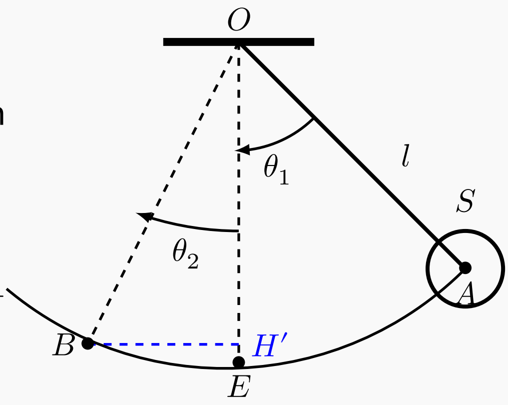
$EO = l$
$HO = lcos(\theta_1)$

☞ Lorsque la boule passe de E à B :
Dans ce cas le poids et résistant i.e que son travail est résistant aussi :

$$W_{EB} = -M.g.h'$$

et d'après la figure à coté on a : $h' = EO - H'O$ et $h = l(1 - cos(\theta_2))$; donc :

$$W_{AE} = -Mgl(1 - cos(\theta_2))$$



$EO = l$
$H'O = lcos(\theta_2)$

☞ Lorsque la boule passe de A à B :

$$W_{AB} = W_{AE} + W_{EB}$$

$$W_{AB} = Mgl\,(cos(\theta_1) - cos(\theta_2))$$